



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

Teräsmaston tuulivasteen analyysi – Ylivieskan uuden kirkon kellotapuli

Alexi Kuusikko

Rakennus- ja yhdyskuntatekniikan tutkinto-ohjelma

Diplomityö

Heinäkuu 2021

TIIVISTELMÄ

Teräsmaston tuulivasteen analyysi – Ylivieskan uuden kirkon kellotapuli

Alexi Kuusikko

Oulun yliopisto, Rakennus- ja yhdyskuntatekniikan tutkinto-ohjelma

Diplomityö 2021, 93 s. + 1 liite

Työn ohjaaja yliopistolla: Antti Niemi

Työn tavoitteena on määrittää Ylivieskan uuden kirkon kellotapulin tuulen vaste. Kellotapuli on korkea ja hoikka teräristikkorakenteinen masto. Rakenteen keveys ja joustavuus altistaa tuulen staattiselle ja dynaamiselle kuormalle.

Työn ensimmäisessä osassa käydään läpi värähtelyn ja tuulen ominaisuuksia teoreettisesta ja laskennallisesta lähtökohdasta. Toisessa osassa lasketaan näillä keinoilla tapulin värähtelyominaisuuksia ja vaste tuulen kuormalle. Tuulen harmoninen poikkisuuntainen kuorma lasketaan Eurokoodin mukaisesti ja CFD-ohjelmalla mallintaen. Käsin laskettuja tuloksia verrataan FEM-mallinnuksen tuloksiin.

Mitoitusosio tehdään käyttäen Mathcad-ohjelmaa käsinlaskuihin. FEM-mallinnukseen käytetään kahta ohjelmaa. Robot Structural Analysis -ohjelmalla mallinnetaan tapulin ominaistajuuksia, tuulikuorman jakautumista, tapulin staattista ja dynaamista taipumaa sekä kiihtyvyyksiä. SimScale-ohjelmalla varmistetaan värähtelymitoitus ja tutkitaan tuulen ohivirtauksen poikittaiskuormaa.

Tuulikuormaa käsitellään staattisena ja dynaamisena tuulen suuntaisena kuormana. Tuulen ohivirtauksen aiheuttama pyörreratailmiön kuorma on harmonista ja tuulelle poikittaissuuntaista.

Tuloksina saatiin kellotapulin alimmat ominaistajuuudet, taipumat, kiertymät ja kiihtyvyydet. Alimmat ominaistajuuudet ovat matalia 2,37 Hz ja 2,82 Hz. Pyörreratailmiö ei kuitenkaan ilmene näillä taajuuksilla. Suurimmat taipumat ylittävät suositusraja-arvon $H/500$, mutta ovat hyväksyttävissä. Käyttörajan taipuma on noin $H/350$ ja murtorajatilassa noin $H/200$.

Eurokoodin ohjeet toimivat staattisen kuorman mitoituksessa, mutta dynaamisen kuorman mitoitusta poikkeaa muista laskennoista. Dynaamisen kuorman varmaan laskemiseen tarvitaan tuulitunnelitestausta joko pienoismalleilla tai virtuaalisesti.

Asiasanat: rakennuksen värähtely, pyörreratailmiö, ulokepalkki

ABSTRACT

Analysis of wind effects on a steel mast – bell tower of new Ylivieska church

Aleksi Kuusikko

University of Oulu, Degree Programme of Mechanical Engineering

Master's thesis 2021, 93 pp. + 1 Appendix

Supervisor at the university: Antti Niemi

The subject for this thesis is to determine the wind effects for the bell tower of new Ylivieska church. The bell tower is tall and slender lattice steel tower. The lightweight and flexible frame exposes the bell tower to static and dynamic wind loads.

The first part of the thesis deals with the properties of vibrations and wind from a theoretical and calculational point of view. In the second part, the vibration characteristics of the bell tower and the response to the wind load are calculated by these means. The harmonic transverse load of the wind is calculated according to the Eurocode and modeled with a CFD program. The manually calculated results are compared with the results of the FEM modeling.

The design section uses Mathcad for manual calculations. Two programs are used for FEM modeling. Robot Structural Analysis is used to model the natural frequencies, the distribution of the wind load, the static and dynamic deflections, and the accelerations of the bell tower. SimScale is used to ensure the natural frequencies and to model the transverse load of the wind.

The wind load is treated as a static and dynamic load in the wind direction. The load caused by vortex shedding is harmonic and transverse to the wind.

Calculations results include lowest natural frequencies, deflections, rotations, and accelerations. The lowest natural frequencies are 2.37 Hz and 2.82 Hz. Fortunately, the vortex shedding phenomenon does not occur at these frequencies. The maximum deflections exceed the recommended limit value of $H/500$ but are acceptable. The

deflection in the service limit state is about $H/350$ and in the ultimate limit state about $H/200$.

The Eurocode guidelines work for static load sizing, but dynamic load sizing differs from other calculations. To reliably calculate the dynamic load, wind tunnel testing is required either on scale models or virtually.

Keywords: structures vibration, vortex shedding, cantilever beam

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on tehty opinnäytetyöksi Oulun yliopiston rakennus- ja yhdyskuntatekniikan tutkinto-ohjelmaan. Työn ajankohta sijoittui vuoden 2021 ensimmäiselle puoliskolle. Diplomityö tehtiin Koparak Oy:n rakennusprojektiin liittyen. Työn lähtökohtana oli tehdä vertailulaskelma Ylivieskan uuden kirkon kellotapulain mitoitukselle.

Haluan kiittää diplomityön ohjaajana ja tarkastajana toimineita TkT ja dosentti Antti Niemeä Oulun yliopistolta sekä diplomi-insinööri Ismo Kovalaista Koparak Oy:ltä. Olen kiitollinen Koparak Oy:n tarjoamasta tilaisuudesta tehdä opinnäytetyö. Kiitokset ansaitsee myös tuore vaimoni ja veljeni.

Oulu, 15.7.2021



Aleksi Kuusikko

SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ

ABSTRACT

ALKUSANAT

SISÄLLYSLUETTELO

MERKINNÄT JA LYHENTEET

1 Johdanto	12
2 Rakennuksen värähtely	14
2.1 Vapausasteet.....	17
2.2 Värähtelymuodot.....	17
2.3 Ominaistaajuudet.....	18
2.4 Resonanssi.....	21
2.5 Vaimennus.....	23
2.6 Väsyminen.....	29
3 Tuulen ominaisuuksia	32
3.1 Tuulen paineen mitoitus	33
3.2 Tuuliruusut	34
3.3 Tuulikuorman dynaamisuus	37
3.4 Pyörreratailmiö.....	38
3.5 Tuulen mallinnus.....	41
4 Ylivieskan kirkon kellotapuli.....	43
4.1 Arkkitehtikuvat	43
4.2 Alkuperäinen mitoitus	45
4.3 Mitoittavat arvot.....	45
5 Eurokoodin mukainen dynaaminen mitoitus	47
5.1 Rakenteen dynaamiset ominaisuudet	47
5.2 Tuulikuorman puuskanopeuspaine.....	49
5.3 Rakenteen tuulikuorma voimakertoimilla.....	54
5.4 Tuulikuorma osapintapaineilla.....	60
5.5 Pyörreratailmiö.....	64
6 Tarkennettu rakenneanalyysi	68
6.1 Ideaaliulokepalkki	68
6.2 Ulokepalkin jousivakiot	69
6.3 Ominaistaajuus.....	70

6.4 Ominaismuodot	71
6.5 Taipuma.....	72
6.6 FEM-mallinnus	73
6.7 Robot Structural Analysis	73
6.8 SimScale.....	74
6.9 CFD	75
7 Tulokset.....	77
7.1 Ominaistaajuudet.....	77
7.2 Ominaismuodot	78
7.3 Pyörreratailmiö.....	80
7.4 Staattinen taipuma.....	82
7.5 Dynaaminen taipuma	85
7.6 Kiihtyvyydet.....	88
7.7 Johtopäätökset ja suositukset	89
8 Yhteenveto	90
Lähdeluettelo.....	91

LIITTEET:

Liite 1. Mathcad-laskut

MERKINNÄT JA LYHENTEET

A_n	reunaehtojen määrittämä vakio
A_{ref}	tuulenpaineen vaikutusala
a_L	normalisoitu raja-amplitudi
$a_{\text{max},i}$	suunnan i maksimikiikhtyvyys
B^2	taustapyörteiden vaikutusparametri
B_n	reunaehtojen määrittämä vakio
b	rakennuksen leveys
C	materiaalivakio
\mathbf{C}	vaimennusmatriisi
C_i	integroimisvakio i
C_c	poikkileikkauksen muodosta riippuva aerodynaaminen vakio
C_n	reduoitu vaimennus
c	värähtelijän vaimennus
c_c	kriittinen vaimennus
c_d	dynaaminen kerroin
c_{dir}	suuntakerroin
c_e	altistuserroin
c_f	voimakerroin
$c_{f,0}$	teräväsärmäisen poikkileikkauksen voimakertoimen perusarvo
c_o	pinnanmuotokerroin
c_{pe}	ulkopinnan painekerroin
c_{pi}	sisäpinnan painekerroin
c_{prop}	todennäköisyyskerroin
c_r	maaston rosoisuuskerroin
c_s	koon vaikutuserroin
c_{season}	vuodenaikakerroin
D	rakennuksen halkaisija
$\frac{da}{dN}$	särönkasvunopeus
E	kimmomoduuli
F	muototekijä
F_i	kerroksen i vaakakuorman resultantti

F_w	tuulikuorman resultantti
f	värähtelytaajuus, pyörteiden irtoamistaajuus
f	ulkoinen pakkovoima
f_L	dimensioton taajuus
f_n	ominaistaajuus
G	leikkausmoduuli
g	maan vetovoiman kiihtyvyys
H	rakennuspaikan korkeus merenpinnasta
h	rakennuksen korkeus
I_i	jäyhyysmomentti suunnassa i
I_v	tuulenpuuskien intensiteettikerroin
J	polaarinen jäyhyysmomentti
J_M	polaarinen hitausmomentti
K	muotoparametri
K_a	aerodynaamisen vaimennuksen vakio
K_x	dimensioton kerroin
k	jäykkyysmatriisi
k_i	jousivakio suuntaan i
k_l	pyörteisyyskerroin
k_p	huippuarvokerroin
k_r	rosoisuusmitasta riippuva maastokerroin
L	palkin pituus; tuulenpyörteen ulottuvuus
L_t	ulottuvuuden vertailuarvo
M_i	momentti
m	materiaalivakio; rakenteen värähtelevä massa pituusyksikköä kohti
\mathbf{m}	massamatriisi
m_e	ekvivalentti massa pituusyksikköä kohti
N	kuormituskertojen määrä
n	eksponentti
$n_{i,j}$	i :s ominaistaajuus värähtelylle suunnassa j
p	vuotuinen ylittymistodennäköisyys
q_n	siirtymäamplitudi
q_b	nopeuspaineen perusarvo
q_p	puuskanopeuspaine

R^2	resonanssivasteen vaikutusparametri
R_b	aerodynaaminen siirtokerroinfunktio
R_d	dynaamisen ja staattisen siirtymän suhde
R_h	aerodynaaminen siirtokerroinfunktio
S_L	dimensioton tehospektrin tiheysfunktio
Sc	Scrutonin luku
St	Strouhalin luku
T	ilman lämpötila; tuulennopeuden mittausaika; käyttöikä; jaksonaika
u	siirtymä
\dot{u}	vauhti
u	kiihtyvyys
u_i	kerroksen staattinen siirtymä
V_r	redusoitu tuulennopeus
v	keskituulennopeus; taipuma
v'	kiertymä
v''	kimmoviiva
v_0	$\sqrt{2}$ kertaa Weibull-todennäköisyysjakauman huippuarvo
v_b	tuulennopeuden perusarvo
$v_{b,0}$	tuulennopeuden modifioimaton perusarvo
$v_{crit,i}$	ominaismuotoa i vastaava kriittinen tuulennopeus
v_m	modifioitu tuulennopeuden perusarvo
W_i	kerroksen i paino
w_e	ulkopuolinen pintapaine
w_i	sisäpuolinen pintapaine
X_i	amplitudi
x_i	suurin siirtymä oman painon alla
$y_{F,max}$	suurin siirtymä poikkisuuntaisesta värähtelystä
$y_{max,i}$	suurin siirtymä suunnassa i
z	tarkastelukorkeus maanpinnasta
z_0	rosoisuusmitta
z_e	ulkopuolinen nopeuspainekorkeus
z_i	sisäpuolinen nopeuspainekorkeus
z_{max}	maksimikorkeus
z_{min}	minimikorkeus

z_s	nopeuspainekorkeus rakennekertoimen määrittämiseen
z_t	vertailukorkeus
α_n	ominaiskulmataajuudesta riippuva vakio
β	kerroin suorakaidepalkille
ΔK	jännitysintensiteettikertoimen vaihteluväli
$\Delta \sigma_a$	jännitysamplitudin vaihteluväli
δ	vaimennuksen logaritminen dekrementti
δ_a	aerodynaamisen vaimennuksen logaritminen dekrementti
δ_d	lisälaitteiden vaimennuksen logaritminen dekrementti
δ_s	sisäisen vaimennuksen logaritminen dekrementti
δ_{st}	staattinen siirtymä
ε_0	kaistanleveyskerroin
ζ	vaimennuskerroin
ζ_m	muotokerroin
η_b	leveydestä riippuva kerroin
η_h	korkeudesta riippuva kerroin
θ	rotaatio
κ	taipuma
μ	aukkosuhde
ν	resonanssitaajuus; Poissonin vakio
ρ	ilman tiheys
σ_i	siirtymän keskihajonta suunnassa i
$\sigma_{a,i}$	kiihtyvyyden keskihajonta suunnassa i
Φ_i	i:s rakenteen normalisoitu ominaismuoto
ϕ_n	ominaismuotovektori
ψ_r	pyöreäsärmäisen poikkileikkauksen pienennyskerroin
ψ_λ	rakenneosan päätevaikutuskerroin
Ω	vaimennettu ominaiskulmataajuus
ω	kulmataajuus
ω_n	n:s ominaiskulmataajuus

1 JOHDANTO

Ylivieskan uudelle kirkolle rakennettava kellotapuli on korkea ja hyvin hoikka rakennus. Hoikkuus, rakenteen keveys ja joustavuus teräsrakenteisena aiheuttaa alttiuden tuulen vaikutuksille. Tuuli on mitoittava voima staattisessa tapauksessa ja tuulen dynaamisuus tuo toisen tärkeän lähtökohdan tarkastelulle. Kuorman dynaamisuus kevyessä ja joustavassa rakennuksessa voi tehdä vasteesta staattista tapausta suurempaa. Dynaaminen kuorma voi olla tuulen suuntaista tai poikittaista ja tuulen suunta voi vaihdella. Puuskaisuudesta johtuva dynaamisuus on satunnaista, mutta poikittainen kuorma pyörreratailmiöstä on harmonista.

Työn tarkoituksena on laskea ja mallintaa hoikan teräsmaston vastetta tuulikuormalle. Tavanomainen menetelmä on laskea staattinen pintapaine kuorma Eurokoodin ohjeiden mukaan ja laskea staattinen vaste. Joissain tapauksissa pelkkä staattinen mitoitus ei ole riittävä tapa arvioida tuulen aiheuttamaa vastetta rakennuksessa. Eurokoodi tarjoaa ohjeet dynaamiselle mitoitukselle, mutta pelkästään näiden ohjeiden perusteella tehty mitoitus ei ole luotettava. Dynaamiseen mitoitukseen vaaditaan siis muita laskentatapoja varmistamaan tulokset.

Dynaamisen mitoituksen ytimessä on rakennuksen värähtelyominaisuudet ja kuormituksen dynaamisuus. Resonanssissa näiden arvojen yhteisvaikutus voi saada vasteen kasvamaan räjähdysmäisesti. Satunnaisen muuttuvan kuorman vaste on myös suurempi, kuin samansuuruisen staattisen kuorman.

Työssä lasketaan rakenteelle alimpia ominaistajuuksia ja ominaismuotoja käsin ja tulokset varmennetaan FEM-ohjelmilla. Tuulen aiheuttamaa kuormaa lasketaan Eurokoodin mukaisesti ja simuloidaan laskentaohjelmilla. Tapulin hoikkuuden ja matalan ominaistajuuden vuoksi työssä tutkitaan tuulen pyörreratailmiön vaikutuksia. Työssä esitellään myös teoriaperustaa värähtelylle ja tuulelle.

Työssä vertaillaan Eurokoodin mitoituksen tuloksia FEM-laskennan tuloksiin, kuinka hyvin tulokset vastaavat toisiaan ja mitkä tulokset ovat uskottavia. Aihe valittiin rakennuksen erikoisen muodon vuoksi, sillä se on lähes ideaalinen ulokepalkki ja siksi

ratkaistavissa analyttisesti. Työssä verrataan näiden kolmen laskentamenetelmän vastaavuutta toisiinsa.

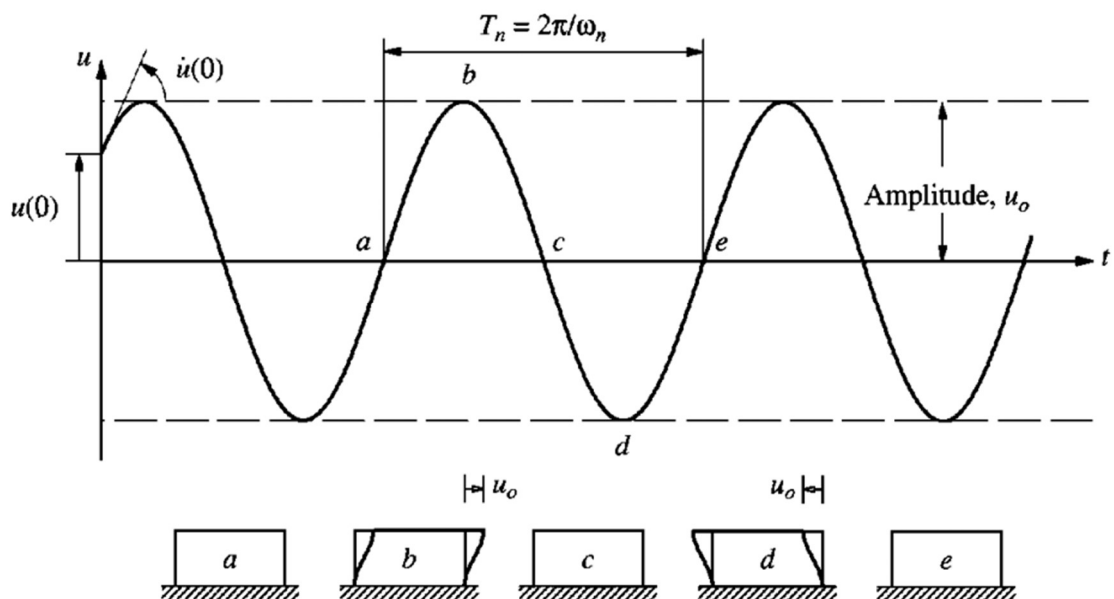
Työtä rajataan käsittelemään vain kellotornin tuulenvastetta. Tapuli oletetaan jäykästi tuetuksi paalulaatan päältä. Työssä käsitellään vain tuulen aiheuttamaa staattista ja dynaamista kuormaa ja lasketaan näiden aiheuttamat vasteet rakenteessa. Muu staattinen mitoitus sekä liitosten mitoitus ja detaljointi jätetään työn ulkopuolelle.

2 RAKENNUKSEN VÄRÄHTELY

Värähtely on systeemin jaksottaista symmetristä liikettä tasapainoaseman suhteen (Salonen 2003, s. 107). Systeemin geometria, tuennat, massa ja materiaalivakiot määrittävät systeemin värähtelyominaisuudet. Rakennuksen värähtelyä laskiessa eniten kiinnostaa ominaisvärähtelytaajuus, sillä kuorman resonanssi rakennuksen kanssa on värähtelyn suurin uhka.

Värähtely jaotellaan kahteen luokkaan, ominaisvärähtelyyn ja pakkovärähtelyyn. Ominaisvärähtely on mekaanisen systeemin luontaista värähtelyä. Kun vapausasteita on vähintään yksi ja systeemi syrjäytetään tasapainotilastaan, palauttavat palautusvoimat systeemin alkutilaan. Ilman vaimennusta palautusvoimat aiheuttavat systeemin menemään vastakkaiselle puolelle tasapainoasemastaan ja systeemi jatkaa heilumista. Palautusvoimina voivat olla kimmovoimat ja painovoima. (Salmi 1997, s. 166) Tällaista vapaata rakenteelle ominaista värähtelyä kutsutaan ominaisvärähtelyksi.

Alla nähdään (Kuva 2.1) vapaan värähtelijän siirtymä ajan suhteen. Värähtelijä on vaimentamaton ja on kokenut alkusiirtymän tasapainoasemastaan. Värähtelijä liikkuu yhdessä suunnassa $u(t)$. Värähtelyn amplitudi on suurin siirtymä tasapainoasemasta u_0 . Jaksonaika T_n on ajanjakso, jolla värähtelyjakso toistaa itseään.



Kuva 2.1. Vapaa vaimentamaton värähtelijä (Chopra 1995, s. 36)

Värähtelytaajuus ja kulmataajuus vertautuvat jaksonaikaan seuraavasti

$$\frac{1}{T} = f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad (2.1)$$

missä f on värähtelytaajuus [Hz] ja

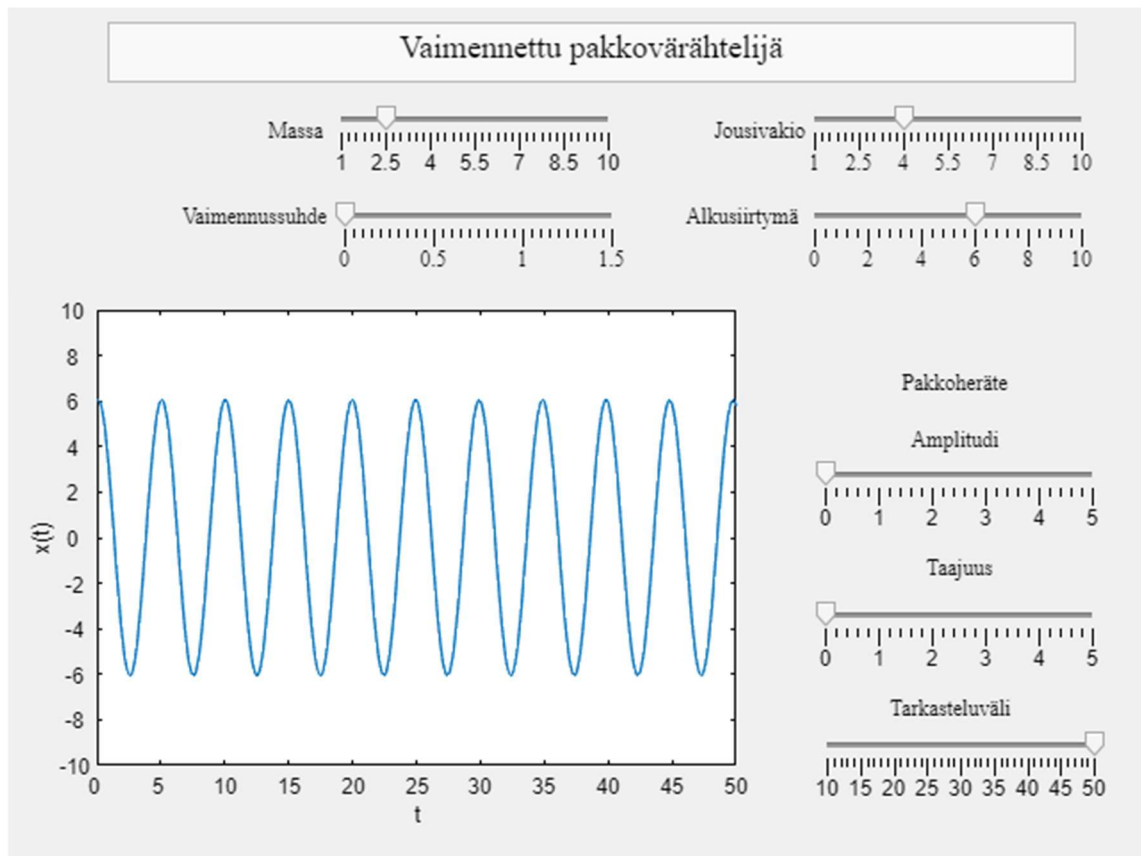
ω on kulmataajuus [rad/s].

Pakkovärähtelijällä on jokin ulkoinen heräte, joka poikkeuttaa systeemin tasapainoasemastaan. Heräte voidaan jakaa toistuvuuden perusteella jaksollisiin sekä impulssimaisiin herätteisiin. Jaksolliset herätteet toistuvat tietyn jaksonajan jälkeen samanmuotoisina. Impulssimaiset herätteet voivat olla staattisia, yksittäisiä tai jatkuvia, ei jaksollisesti toistuvia kuormia.

Herätteet voidaan jakaa myös deterministisiin ja epädeterministisiin herätteisiin (Salmi 1997, s. 178). Deterministiset herätteet voidaan kuvata yhtälöllä ja niitä voidaan ennustaa ajan suhteen. Epädeterministiset ovat satunnaista ja niitä kuvataan tilastoihin perustuvilla keinoilla. Tuulikuorma on epädeterminististä, sillä tuulta ei voi kuvata tarkasti yhtälöillä. Tuulikuorma voi kuitenkin aiheuttaa determinististä harmonista kuormaa pyörreratailmiön vuoksi.

Vaimentamaton vapaa värähtelijä värähtelee jousivakion ja massan määrittämällä taajuudella määräämättömän ajan. Tällöin amplitudi on alkusiirtymän verran tasapainotilan molemmilla puolilla. Vapaa vaimentamaton värähtelijä nähdään alla (Kuva 2.2). Pakkovärähtelijä puolestaan värähtelee kuormituksen ajan. Kuormituksen loppuessa, vaimennuksesta riippuen, värähtelijä jää värähtelemään ominaistaajuudellaan tai palaa tasapainoasemaansa.

Värähtelyn kuvaamiseen tehtiin modifioitu versio Arangalan MassSpring -Matlab-sovelluksesta (Arangala 2021). Alla olevissa kuvissa on näyttökaappauksia Vaimennettu pakkovärähtelijä -Matlab-sovelluksesta. Sovelluksella on helppo visualisoida vaimennetun jousisysteemin siirtymiä.



Kuva 2.2. Vaimentamaton vapaa värähtelijä (Mukaillen Arangala 2021)

Systeemin värähtelyä kuvataan matemaattisesti seuraavalla yhtälöllä (Chopra 1995, s. 15). Liikkeyhtälössä on rakennuksen massa, vaimennus ja kimmoisuus matriisimuodossa. Todelliselle rakennukselle näiden matriisien muodostaminen on vaikeaa, joten näitä approksimoidaan FEM-laskentamenetelmillä.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad (2.2)$$

missä \mathbf{M} on massamatriisi,
 \mathbf{C} on vaimennusmatriisi,
 \mathbf{K} on jäykkyysmatriisi,
 $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ ja \mathbf{u} ovat kiihtyvyys, vauhti ja siirtymä ja
 \mathbf{f} on ulkoinen pakkoheräte.

2.1 Vapausasteet

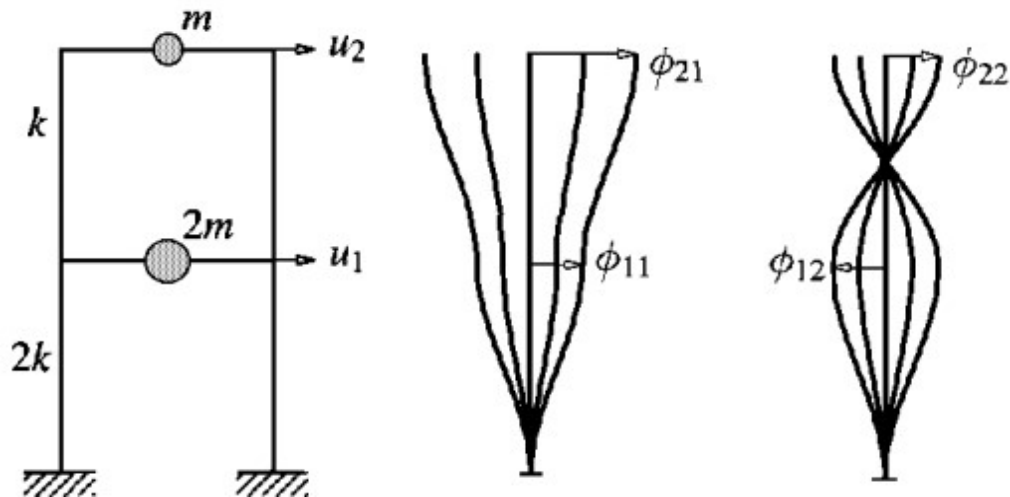
Laskennallisissa menetelmissä vapausasteet (degrees-of-freedom, dof) tarkoittavat tarkasteltavan pisteen tai materiaaliyksikön mahdollisia liikesuuntia. Yksiulotteisessa koordinaatistossa mahdollisia liikesuuntia on yksi ja täten vapausasteita on yksi. Kaksiulotteisessa tapauksessa liike voi olla jommankumman pääakselin suuntaista tai rotaatiota tason suunnassa. Tällöin vapausasteita voi olla kolme. Kolmiulotteisessa tapauksessa on kolme pääsuuntaa siirtymille sekä kolme akselia, joiden suhteen kiertyä.

FEM-laskennassa on suuri, mutta rajallinen, määrä elementtejä ja elementtien solmupisteitä. Numeerisessa laskennassa yksinkertaistetaan ja idealisoidaan rakennetta, jotta vapausasteiden määrä vähenee. Jokainen lisävapausaste lisää liikeyhtälön ratkaistavaksi ja tekee ratkaisun löytämisestä raskaampaa. Kellotapulin mallinnuksessa elementtityyppeinä käytettiin kahden solmupisteen palkkielementtejä ja ensimmäisen asteen neljän solmupisteen solidielementtejä. Ulokepalkin analyttisellä ratkaisulla vapausasteita on teoriassa rajaton määrä, sillä integroimalla lasketaan siirtymä differentiaaliyksikön välein.

2.2 Värähtelymuodot

Värähtelymuotoja on yksi jokaista vapausastetta kohti. Mekaaninen systeemi voi siis liikkua tämän vapausasteen suunnassa. Nämä värähtelymuodot värähtelevät itsenäisesti ja samanaikaisesti, mutta alimmat muodot ovat määräävämpiä.

Kahden vapausasteen värähtelijällä on kaksi ominaistaajuutta, joissa vapausasteiden siirtymät ovat joko samaan, tai erisuuntaan. Näin muodostuu kaksi ominaismuotoa. Alla (Kuva 2.3) on esitetty kahden vapausasteen värähtelijä, jolla vapaina suuntina on solmupisteiden vaakasuuntainen siirtymä. Solmupisteet eivät kierry, joka näkyy ominaismuotojen pystysuorina osioina.



Kuva 2.3. Kahden vapausasteen värähtelijän ominaismuodot (Mukaiillen Chopra 1995, s. 367)

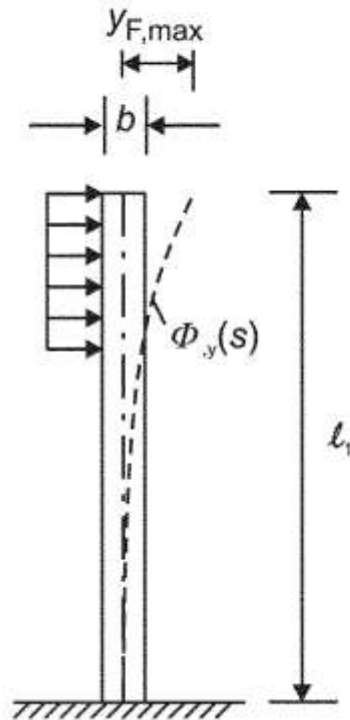
Kohderakennusta voidaan approksimoida ulokepalkkina, jolla on kaksiulotteisessa tapauksessa kolme vapausastetta. Vapausasteita on vain palkin päässä. Kaksiulotteisessa tapauksessa rakennuksella on siis kolme värähtelymuotoa ja ominaistaajuutta. Todellisessa kolmiulotteisessa tapauksessa alimmat ominaismuodot ovat todennäköisesti pään huojunta vaakatasossa x- ja y-suunnissa sekä kiertymä pituusakselin ympäri.

2.3 Ominaistaajuudet

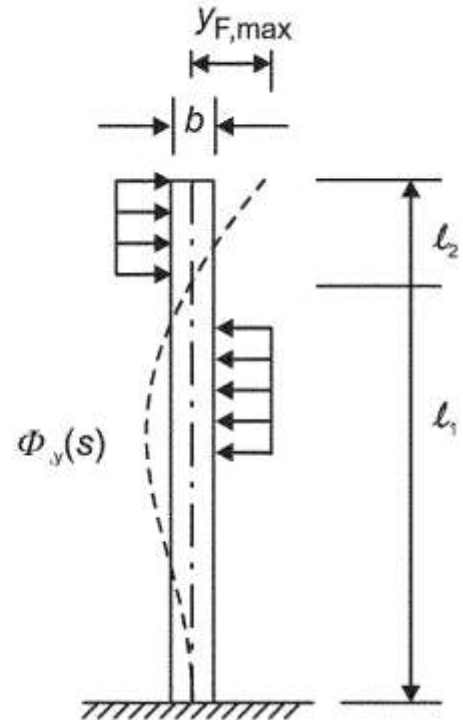
Rakennuksen alimmat ominaistaajuudet ovat herkimmät värähtelylle. Alimmat muodot vastaavat eniten tuulikuorman staattisen taipuman muotoa. Tällöin huojunta kasvaa eniten. Korkeammilla ominaismuodoilla värähtelijän eri osat liikkuvat voiman suunnan vastaisesti, jolloin kuorma vaimentaa näitä värähtelyitä.

Tuulen pyörreratailmiön aiheuttama kuormitus saattaa osua myös korkeamman ominaistaajuuden alueelle. Alla on havainnoitu pyörreratailmiön vaakakuorman mahdollisia jakautumisia ja rakennuksen alimpia ominaismuotoja (Kuva 2.4). Kuten nähdään, voi pyörreratailmiö olla ongelma myös alinta ominaistaajuutta korkeammilla taajuuksilla. Jos pyörteitä irtoaa kuvan (Kuva 2.4) mukaisesti eri korkeuksilla harmonisesti, voi vaikutus kertaantua ylemmillä ominaismuodoilla. Tuulen pyörreratailmiötä käsitellään luvussa 3 Tuulen ominaisuuksia.

alin ominaismuoto



2. ominaismuoto



Kuva 2.4. Ominaismuodot (Mukaillen SFS-EN 1991-1-4 s. 210)

Pienin ominaistaajuus rakennuksen eri pääsuuntiin voidaan arvioida käsinlaskennalla erilaisilla kaavoilla. Eurokoodi antaa alle 50 metriä korkealle rakennukselle arvion alimmasta ominaistaajuudesta kaavalla (5.1). Kirjallisuudessa esitetään hieman poikkeavia arviointitapoja. Eurokoodia lähinnä on Chopran esittämä kaava (2.4). Esimerkiksi ASCE:n (American society of civil engineers) kirjassa (Gaylord et al. 1979, s. 81) esitetään ominaisvärähtelylle seuraava alin jaksonaika

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\sum W_i \cdot u_i^2}{g \cdot \sum F_i \cdot u_i}} \quad (2.3)$$

missä W_i on kerroksen paino [kg],
 u_i on kerroksen staattinen siirtymä [mm],
 g on maan vetovoiman kiihtyvyys $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$ ja
 F_i on kerroksen vaakakuorman resultantti [kN].

Kirjassaan (Chopra 1995, s. 37) Chopra esittää ominaistaajuudeksi yhden vapausasteen värähtelijälle

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}, \quad (2.4)$$

missä g on maan vetovoiman kiihtyvyys $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ ja

δ_{st} on staattinen siirtymä $\frac{m \cdot g}{k}$ [mm].

Tämä yhtälö (2.4) sieventyy ideaalisen yksimassaisen ulokepalkin ominaistaajuudeksi (6.7). Ominaistaajuus ei tällöin huomioi rakennuksen ominaisuuksia tarkasti.

Kirjassaan Chopra esittää, kuinka laskea usean vapausasteen värähtelijän ominaistaajuudet tasossa (Chopra 1995, s. 368). Merkitsemällä siirtymää kaavasta (2.2)

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{q}_n(t) \boldsymbol{\phi}_n, \quad (2.5)$$

missä q_n on siirtymäamplitudi [mm] ja

$\boldsymbol{\phi}_n$ ominaismuoto.

Ominaismuoto jakaa siirtymän värähtelijän solmupisteille. Vapaan värähtelijän siirtymäamplitudia voidaan kuvata sinifunktiolla

$$q_n(t) = A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t), \quad (2.6)$$

missä A_n ja B_n ovat reunaehdojen määrittämät vakiot ja

ω_n on ominaiskulmataajuus $\left[\frac{\text{rad}}{s}\right]$.

Yhdistämällä yhtälöt (2.6) ja (2.2) voidaan ratkaista ominaistaajuus. Vaimentamattomassa tapauksessa etsitään ominaisvektorit, jotka ratkaisevat yhtälön

$$[-\omega_n^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_n + \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_n] q_n(t) = \mathbf{0}. \quad (2.7)$$

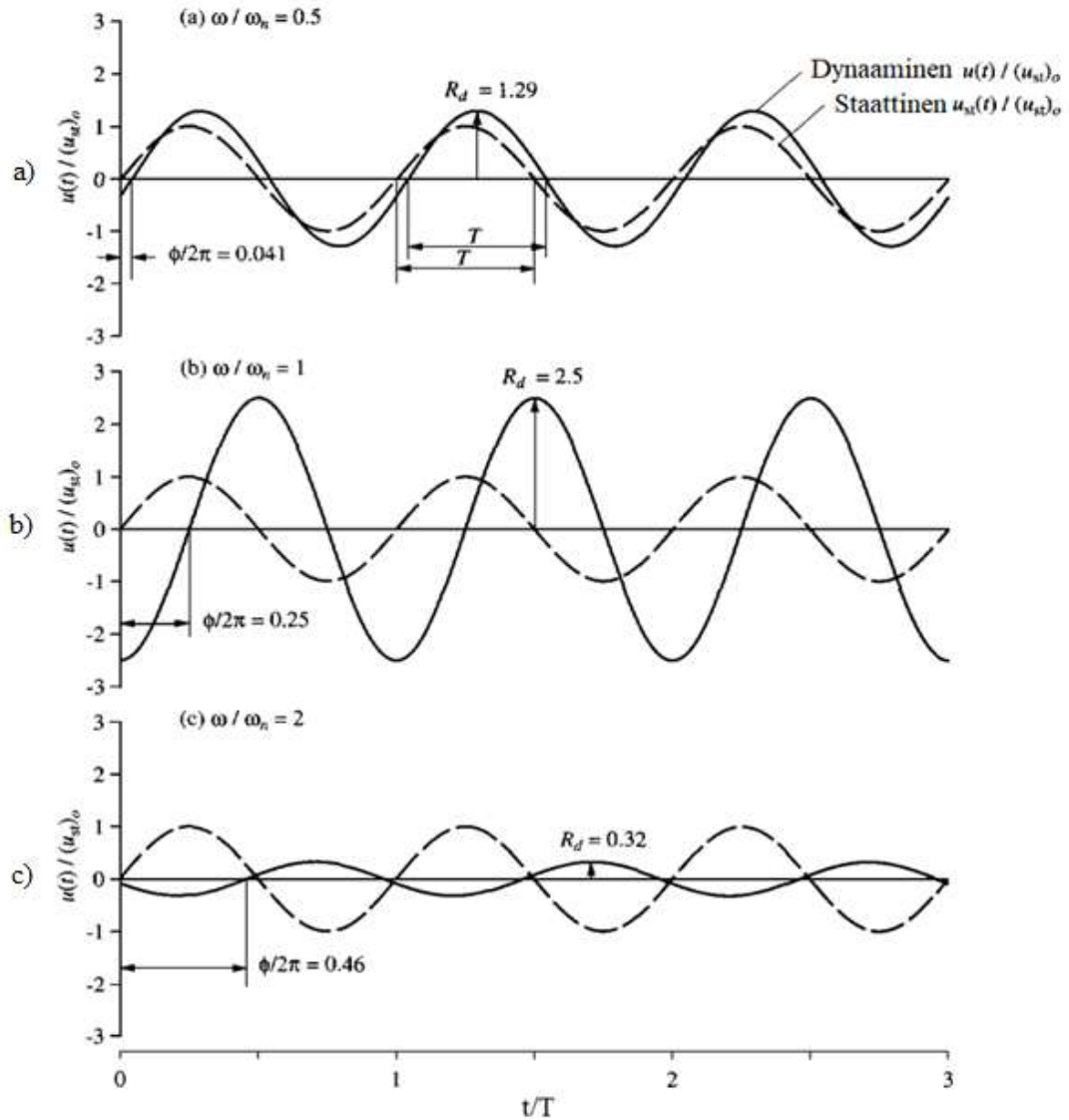
Poissulkemalla triviaaliratkaisut, joissa liikettä ei ole, saadaan ominaisarvotehtävä

$$[\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M}] \boldsymbol{\phi}_n = \mathbf{0}. \quad (2.8)$$

Olettamalla värähtelymuotojen $\boldsymbol{\phi}_n$ olevan nollasta poikkeavia saadaan N kappaletta positiivisia reaaliratkaisuja, sillä jäykkyys- ja massamatriisit ovat symmetrisiä ja positiivisia. N on vapausasteiden lukumäärä systeemissä ja neliömatriisit \mathbf{K} ja \mathbf{M} ovat $N \times N$ kokoisia. Vaimentamattomat ominaistajuuudet ovat vielä käsin ratkaistavissa, mutta suuremmilla vapausasteiden määrällä ($N > 4$) ratkaisu on tehtävä numeerisesti. Vaimennetussa tapauksessa ratkaistaan täydellinen liikeyhtälön (2.2).

2.4 Resonanssi

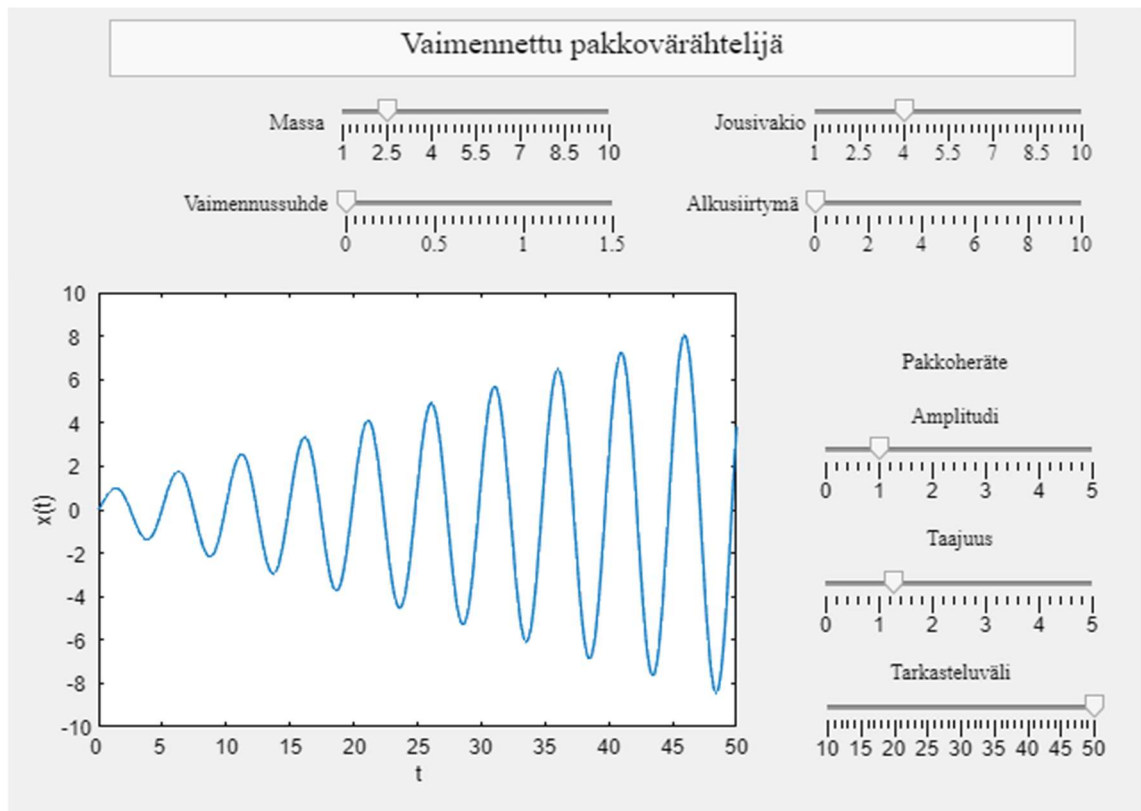
Harmonisen pakkoherätteen aiheuttaman vasteen taajuus on sama kuin herätteen. Kun herätteen taajuus on tarpeeksi matala, rakenteen vaste seuraa herätevoiman staattista taipumaa (Kuva 2.5 a). Jokainen diskreetti ajanhetki lähenee siis staattista tilannetta, jossa on herätteen hetkellinen voima. Jos herätteen taajuus on puolestaan korkea, ei rakenne ehdi liikkua voiman suunnan mukana massan hitauden vuoksi (Kuva 2.5. c). Jos herätteen taajuus on lähellä rakenteen ominaistajuuutta, vaikuttaa voima koko ajan heilahduksen suuntaan ja amplitudi voi kasvaa rajatta vaimentamattomassa tapauksessa. (Salonen 2003, s. 120) Alla (Kuva 2.5) on vaimennettu ($\zeta = 0,2$) pakkovärähtelijä, jossa tilanteessa a on matalataajuinen kuorma, tilanteessa b on resonanssitilanne ja tilanteessa c kuorma on korkeataajuinen. Katkoviivalla on piirretty jokaisen ajankohdan staattinen taipuma ja ehjällä viivalla dynaaminen vaste. Kerroin R_d tarkoittaa dynaamisen siirtymän suhdetta staattiseen.



Kuva 2.5. Harmonisen kuorman taajuuden vaikutus (Chopra 1995, s. 73)

Epäharmonisissa jaksottaisissa herätteissä tai korkeissa taajuuksissa rakenteen puolen heilahdusajan voiman resultantti määrää vasteen amplitudin. Jos resultantti on heilahduksen suuntainen molemmissa suunnissa, on tilanne resonanssitilan tapainen.

Ilman vaimennusta resonanssitapauksessa vaste kasvaa rajatta. Alla on havainnoitu vaimentamatonta värähtelyä resonanssitapauksessa (Kuva 2.6). Amplitudi kasvaa jokaisella heilahduksella ja rajoitteena on ainoastaan värähtelijän kyky liikkua värähtelyn suuntaan. Systemin kiihtyvyys ja suurin vauhti kasvavat jokaisella heilahduksella, koska jaksonaika ei muutu, mutta siirtymä jakson aikana kasvaa.



Kuva 2.6. Vaimentamaton resonanssi (Mukaillen Arangala 2021)

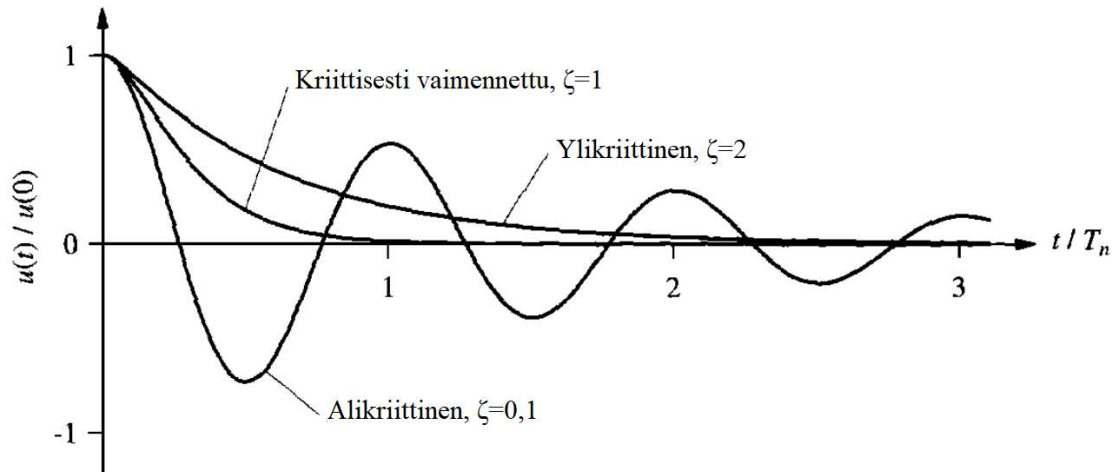
2.5 Vaimennus

Värähtelijän vaimennus on systeemin ominaisuus vastustaa liikettä. Systeemin vaimennus vaimentaa vapaan värähtelijän värähtelyn nollaan ajan funktiona ja pakkovärähtelijällä se rajoittaa amplitudia. Vaimennusta kuvataan useimmiten vaimennussuhteella

$$\zeta = \frac{c}{c_c}, \quad (2.9)$$

missä c on värähtelijän vaimennus ja c_c on systeemin kriittinen vaimennus.

Vaimennus on kriittistä ($\zeta = 1$), kun se vaimentaa värähtelyn nopeiten nollaan. Ylikriittinen vaimennus ($\zeta > 1$) saavuttaa tasapainoaseman myöhemmin, mutta ei ylitä sitä. Alikriittinen vaimennus ($\zeta < 1$) pienentää amplitudia joka jaksolla ja ylittää tasapainoaseman. Eri vaimennuksien vaikutukset nähdään alla (Kuva 2.7).



Kuva 2.7. Vaimennettu vapaa värähtelijä (Mukaillen Chopra 1995, s. 45)

Kriittinen vaimennus yhden vapausasteen värähtelijälle saadaan systeemin jousivakiosta ja massasta (Kappos 2002, s. 40). Systeemin kriittinen vaimennus

$$c_c = 2\sqrt{k \cdot m}, \quad (2.10)$$

missä k on jousivakio $[N/m]$ ja
 m on systeemin massa $[kg]$.

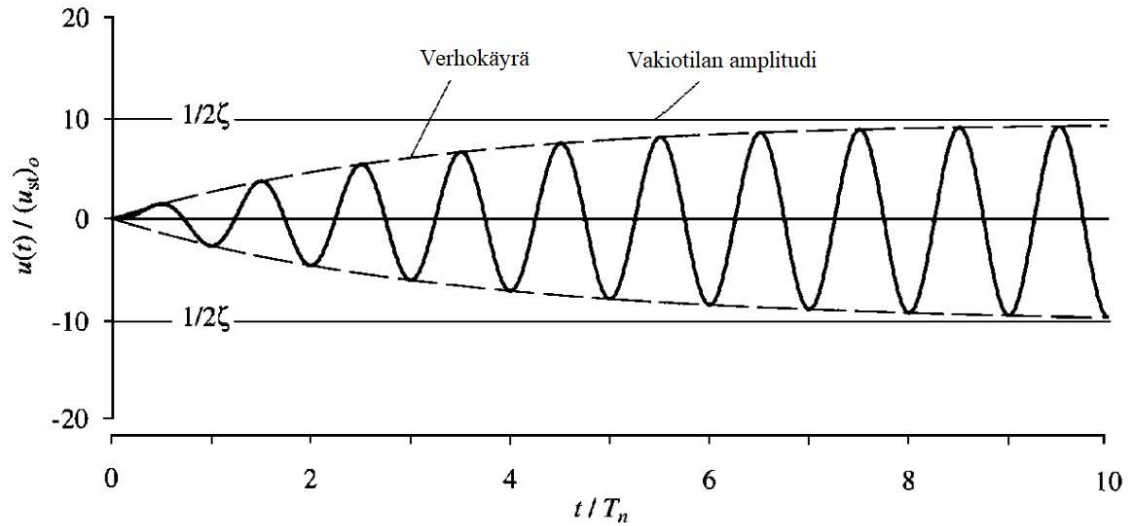
Vaimennus hidastaa värähtelijän liikettä ja tällöin jaksonaika kasvaa, eli värähtelytaajuus pienenee hiukan. Vaimennetussa systeemissä ominaiskulmataajuus ei ole yhtä suuri kuin vaimentamaton ominaiskulmataajuus vaan

$$\Omega = \omega\sqrt{1 - 2\zeta}, \quad (2.11)$$

missä Ω on vaimennettu ominaiskulmataajuus $[rad/s]$,
 ω on ominaiskulmataajuus $[rad/s]$ ja
 ζ on vaimennuskerroin.

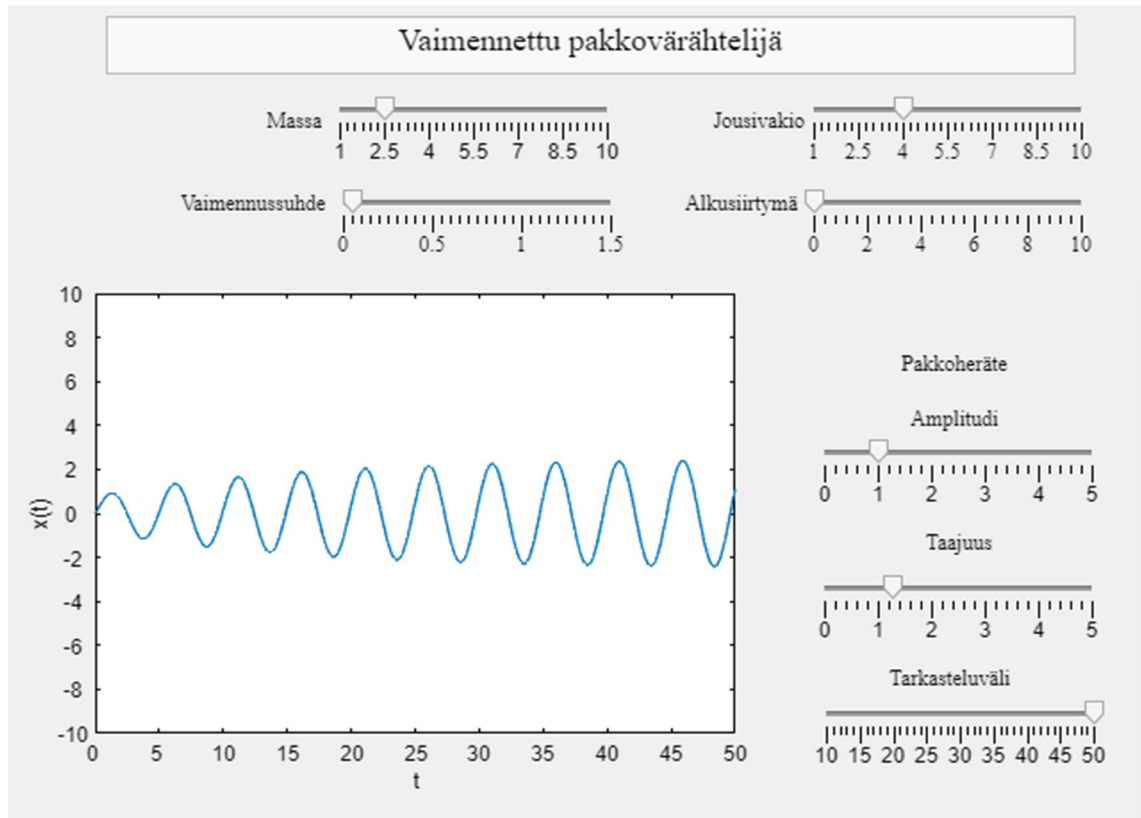
Yleisesti rakennusten vaimennuskerroin on kuitenkin pieni ($< 2\%$), joten $\Omega \approx \omega$ (Chopra 1995, s. 46). Resonanssissa oleva vaimennettu pakkovärähtelijä ei kuitenkaan huoju

rajatta, vaan vaimennus asettaa raja-arvot amplitudille. Systeemi pyrkii tällöin vakiotilan oskillointiin niin kutsutun verhokäyrän mukaisesti.



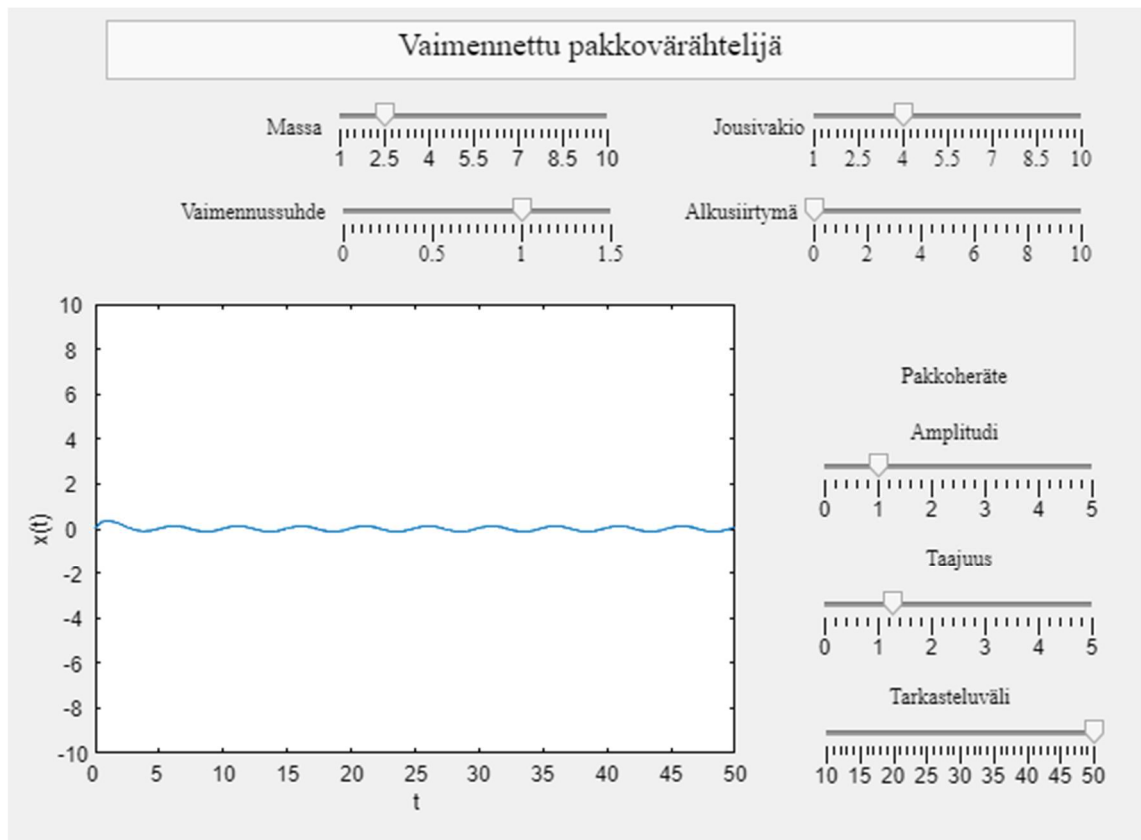
Kuva 2.8. Vaimennettu pakkovärähtelijä (Chopra 1995, s. 70)

Alla olevassa kuvassa (Kuva 2.9) nähdään edellisen resonanssikuvan (Kuva 2.6) tilanne pienen vaimennuksen kanssa. Amplitudi kasvaa alussa joka heilahduksella mutta hitaammin. Amplitudi ei kuitenkaan kasva rajatta, vaan sen kasvu hidastuu ja pysähtyy, kuten Chopran kirjassa kuvataan.



Kuva 2.9. Alikriittisesti vaimennettu resonanssi (Mukaillen Arangale 2021)

Kriittisesti vaimennetun värähtelijän vaste resonanssitapauksessa seuraa jokaisen ajanhetken staattista tapausta. Ylivaimennus pienentää amplitudia entisestään kriittisestä vaimennuksesta.



Kuva 2.10. Kriittisesti vaimennettu pakkovärähtelijä (Mukaillen Arangale 2021)

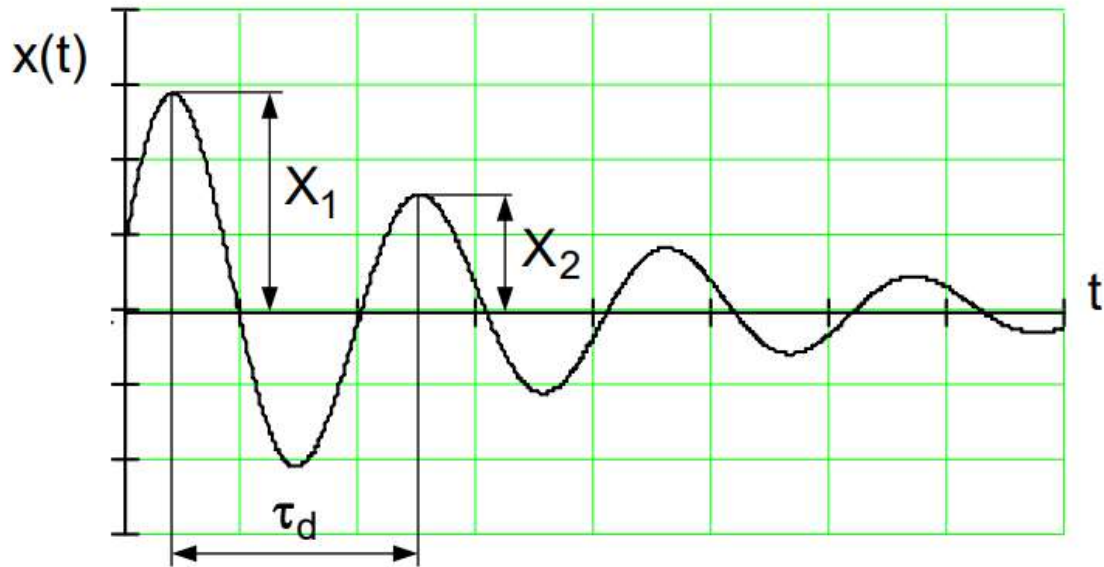
Rakennuksen vaimennuskerroin on vaikea määrittää etukäteen, sillä vaimennus on jokaiselle rakennukselle ominaista. Vaimennuskertoimen arvoja voidaan selvittää valmiista rakennuksesta saattamalla rakennus värähtelemään ja mittaamalla perättäisten heilahdusten amplitudien erotusta.

Logaritminen dekrementti on kaavan (2.12) mukaista. Logaritminen dekrementti saadaan kahden peräkkäisen värähdyksen amplitudeista

$$\delta = \ln \frac{X_1}{X_2}, \quad (2.12)$$

missä δ logaritminen dekrementti ja
 X_i on amplitudi [mm].

Alla graafinen esitys logaritmisesta vaimenemisesta (Kuva 2.11).



Kuva 2.11. Logaritminen dekrementti (Lähtenmäki 2009, s. 12)

Logaritminen dekrementti ja vaimennussuhde vertautuvat toisiinsa seuraavan mukaisesti (Lähtenmäki 2009, s. 12)

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}} \quad (2.13)$$

Mittausten perusteella voidaan taulukoida suositusarvoja erilaisille rakenteille, kuten Eurokoodissa on tehty. Vaimennukset ovat rakennukselle ominaisia, ja vaihtelevat ominaisuuden mukaan. Myös ilmanvastus vaimentaa rakennuksen heilahtelua. (SFS-EN 1991-1-4 liite E) Alla (Taulukko 2.1) on lueteltu vaimennuskertoimia teräsrakenteille, joilla on kellotapulia vastaava korkeus. Vaimennus on teräsrakenteilla yleensä alle 2 % (Gaylord et al. 1979, s. 380). Luetellut vaimennuskertoimet ovat rakenteen kokonaisvaimennuksia ja sisältävät sisäiset sekä ulkoiset tekijät.

Taulukko 2.1. Vaimennuskertoimia (Mukaillen Gaylord et al. 1979, s. 380)

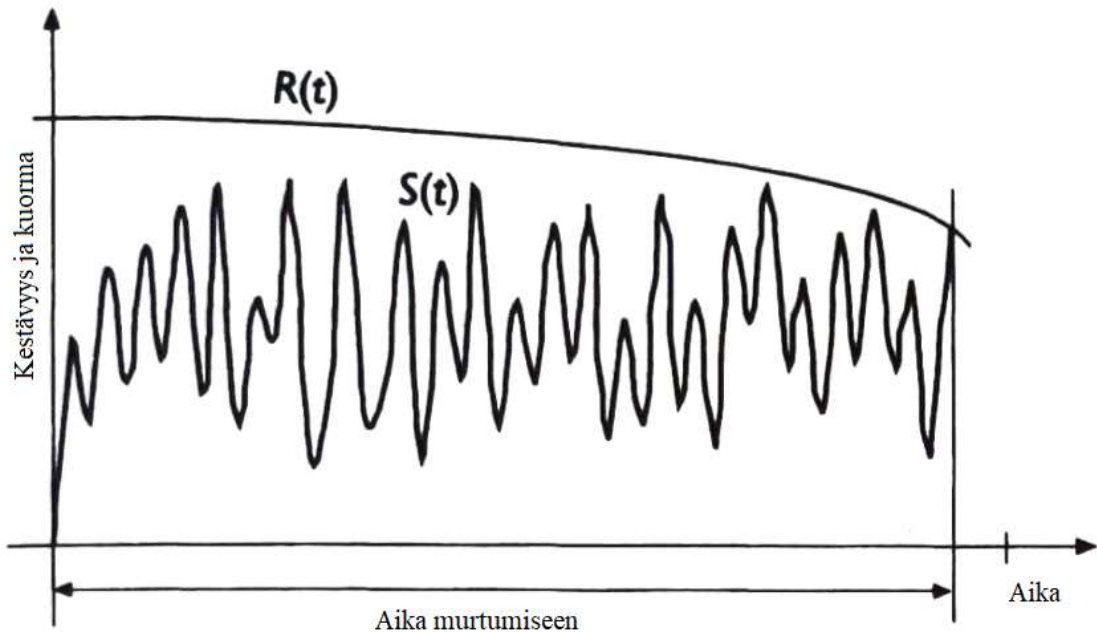
Rakennus	Kerroksia ^a	Rakennusvaihe	Jaksonaika ^b	Vaimennussuhde
Teräsrunko	9	Teräsranka Valmis	T=0,67 s T=0,75 s	0,028 0,03
Terästorni	81 m	Valmis	T T ₁ =1,72 s T T ₂ =0,39 s K T ₁ =0,75 s K T ₂ =0,24 s	0,0065 0,019 0,013 0,028
Teräsrunko	6	Valmis	T=0,047 s	0,047
Teräsrunko	7 +2	Teräsranka Valmis	T=0,55 s T=0,41 s	0,0036 0,037
Teräsrunko	9 +1	Valmis	X T ₁ =0,94 s X T ₂ =0,31 s X T ₃ =0,17 s Y T ₁ =0,80 s Y T ₂ =0,25 s Y T ₃ =0,15 s	0,019 0,0216 0,0305 0,014 0,024 0,0407
Teräsrunko	4	Valmis	T ₁ =0,41 s T ₂ =0,51 s	0,02 0,049
^a Kellarikerroksien määrä merkitty +N; korkeus (m), jos ei kerroksia ^b T=taivutus, K=kiertymä, X/Y taivutuksen pääsuunta				

Rakennuksen sisäinen vaimennus johtuu sisäisestä kitkasta ja kyvystä muuttaa liike-energia lämpöenergiaksi. Sisäinen kitka kuluttaa tällöin liitoksia ja muodonmuutoksia kokevaa osaa. Kitkaliitokset voivat löystyä ja osat voivat kokea plastisia muodonmuutoksia ajan myötä. Sisäiselle vaimennukselle Eurokoodi suosittelee teräsristikkorakenteisille torneille $\delta_s = 0,02$ (SFS-EN 1991-1-4, s. 252). Arvo on linjassa taulukon (Taulukko 2.1) kanssa.

2.6 Väsyminen

Jaksottaisen kuormituksen aiheuttama rakenteen vaihteleva jännitys voi aiheuttaa väsymismurtuman. Väsymismurtuma syntyy, kun rakenneosan sisäinen jännitys vaihtelee staattisen vauriorajan alapuolella ja kuormitusjaksojen määrä on suuri ($10^4 \dots 10^7$ jaksoa) (Lähteenmäki 2013). Rakenteen kestävyys pienenee

kuormitusjaksojen tai kuluneen ajan vuoksi nähdään periaatepiirroksena (Kuva 2.12). Eurokoodin perusteella saadaan kuormitusjaksojen määrä pyörreratailmiön aiheuttamalle kuormalle (SFS-EN 1991-1-4, s. 214).



Kuva 2.12. Rakenteen väsyminen (Mukaillen Kappos 2002, s.15)

Väsymismurtuma on todennäköisin paikoissa, joissa sisäinen jännitys ei ole tasaisesti jakautunut, kuten liitoksissa, liitosten ja reikien läheisyydessä sekä säröjen reunoilla. Rei'illä, säröillä ja muilla geometrisilla osuuksilla on omat lovenmuotolukunsa, joilla arvioidaan jännitysintensiiteettiä. Väsymismurtumaa kuvataan usein Paris'n lailla käyttäen tunnettuja materiaaliparametrejä. (Keränen & Niskanen 2020, s. 295)

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (2.14)$$

missä $\frac{da}{dN}$ on särönkasvunopeus,

C ja m ovat materiaalivakioita ja

ΔK on jännitysintensiiteettikertoimen vaihteluväli.

Keränen & Niskasen mukaisesti voidaan ratkaista arvio sallittujen kuormituskertojen ylärajalle

$$N = C^{-1} (F \cdot \sqrt{\pi})^{-m} \left(\frac{2a_0^{1-\frac{m}{2}}}{m+2} - \frac{2a_c^{1-\frac{m}{2}}}{m+2} \right) \cdot \Delta\sigma_a^{-m}, \quad (2.15)$$

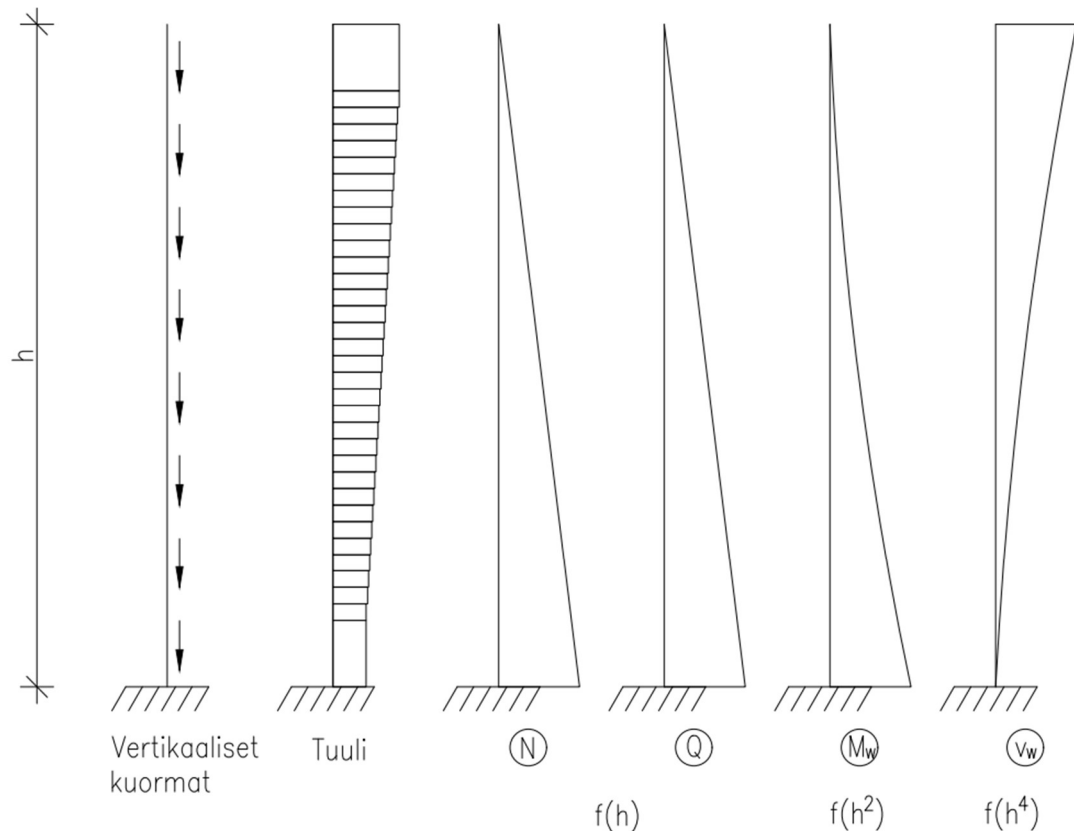
missä F on vakioksi oletettu muototekijä ja $\Delta\sigma_a$ on jännitysamplitudi.

Sallittu kuormitusten syklimäärä on yleensä noin 10^6 luokkaa ja jännitysamplitudi noin 50–100 MPa välillä. Kellotapulin tapauksessa kuormitusyklejä on Eurokoodin ohjeiden mukaisesti kaavalla (5.52) laskettuna 10^8 luokkaa. Hitsien ja liitosten osuudelta väsymismurtuma on siis mahdollinen murtumismekaniikka tapulin liitoksissa. Kestävyys voi heikentyä eri osien vaurioiden kumulatiivisena summana (Kappos 2002, s. 15).

3 TUULEN OMINAISUUKSIA

Tuuli tulee tapulin mitoittavaksi kuormaksi. Tuulen aiheuttama vaakakuorma kasvaa korkeuden myötä ja sen turbulenttisuus tai ohivirtaus saattavat aiheuttaa värähtelyä rakennuksessa. Tuulen mitoittava kuorma voi olla sen aiheuttama pintapaine tai sen aiheuttama värähtely.

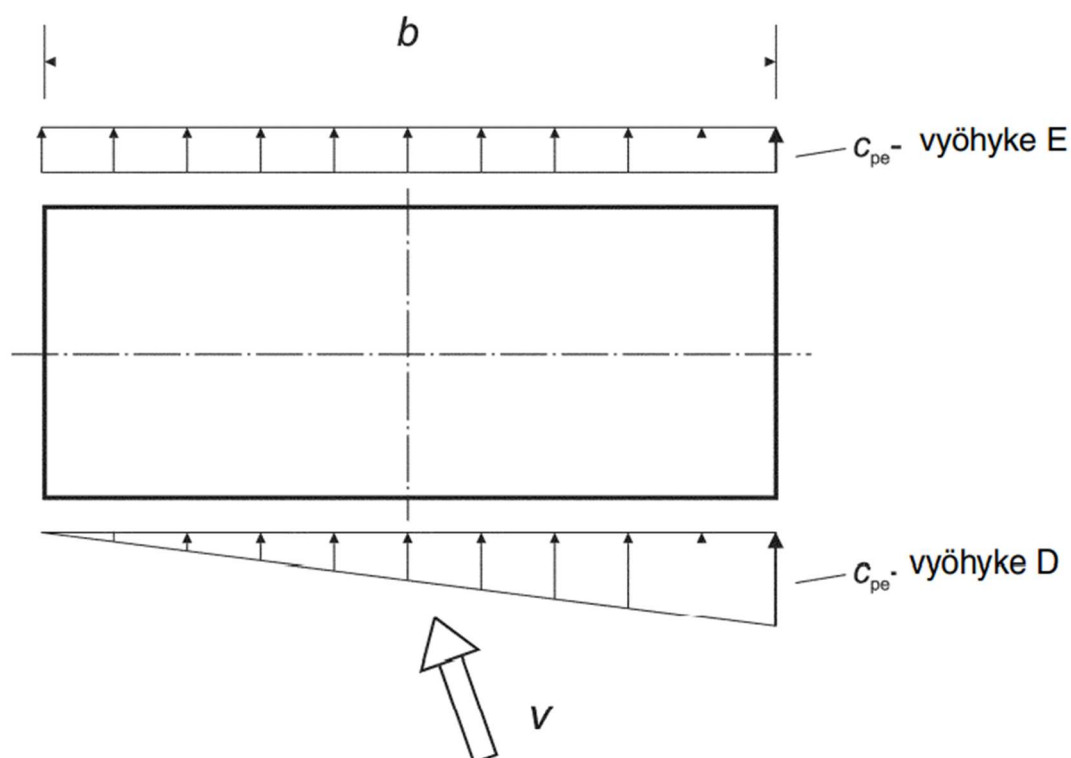
Yleisesti rakenteen omapaino on tasaisesti jakautunut korkeuden suhteen. Tuulennopeus kasvaa rakennuksen korkeuden kasvaessa lähes lineaarisesti. Täten pystysuuntainen normaalivoima N ja leikkausvoima Q ovat lähes samassa suhteessa korkeuden suhteen kasvavia kuormia. Vaakakuormien aiheuttama momentti kasvaa rakennuksen korkeuden neliöön ja taipuma kasvaa korkeuden neljänteen potenssiin. (Kappos 2002, s. 147) Alla on esitettyä voimien jakaumat ja taipuma (Kuva 3.1). Rakennuksen korkeus on siis nopeasti merkittävin tekijä mitoituksessa.



Kuva 3.1. Rakennuksen kuormitukset (Mukaillen Kappos 2002, s. 147)

3.1 Tuulen paineen mitoitus

Tuulen aiheuttama kuorma voidaan mitoittaa eri tavoilla. Eurokoodissa tuulen aiheuttama kuorma lasketaan koko rakenteelle tai osapintapaineiden summana. Eurokoodissa tuuli mitoitetaan staattisena kuormana kohtisuoraan seinää vasten. Vaino tuuli huomioidaan rakennuksilla, jotka ovat alttiita kiertymiselle. Vaino tuuli huomioidaan kuvan (Kuva 3.2) mukaisella tavalla.

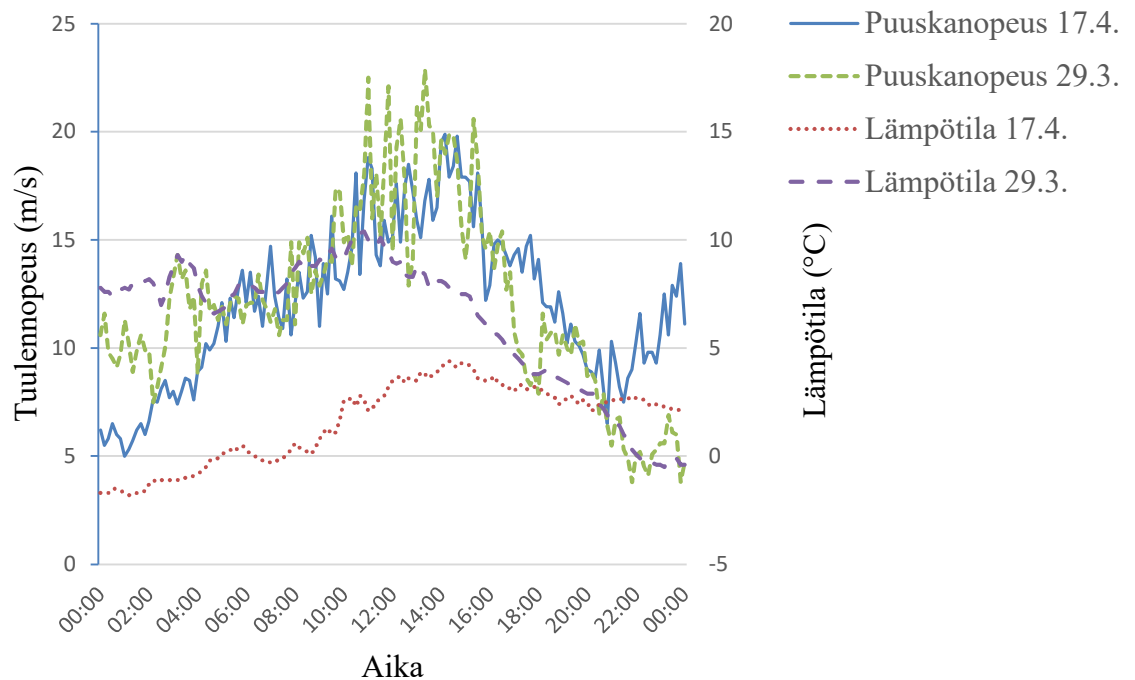


Kuva 3.2. Vainon tuulen aiheuttama epätasainen kuorma (SFS-EN 1991-1-4 s. 55)

Tuulennopeus riippuu maastoluokasta ja tarkasteltavasta korkeudesta. Nopeus kasvaa siirtyessä maastoluokasta toiseen. Tuulennopeus kasvaa myös korkeuden suhteessa, sillä nopeuden ajatellaan olevan nolla maanpintaa vasten ja korkeammalla maanpinnan vaikutus vähenee.

Tuulikuorma riippuu myös ilman tiheydestä, joka on talvella suurempi. Eurokoodin kansallinen liite suosittelee laskemaan ilman tiheyden lämpötilan ja rakennuspaikan korkeuden mukaan kaavalla (5.15). Suurimmat tuulet ajoittuvat Suomessa yleensä talvelle, jolloin ilma on kylmempää. Ilmatieteenlaitoksen tilastojen mukaan 2010–2020 ajalla Ylivieskassa kaksi suurinta tuulen puuskanopeutta ajoittuivat maaliskuulle 2019 ja

huhtikuulle 2020. Ilman lämpötila vaihteli näinä päivinä $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ja $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ välillä. (Ilmatieteenlaitos 2021)

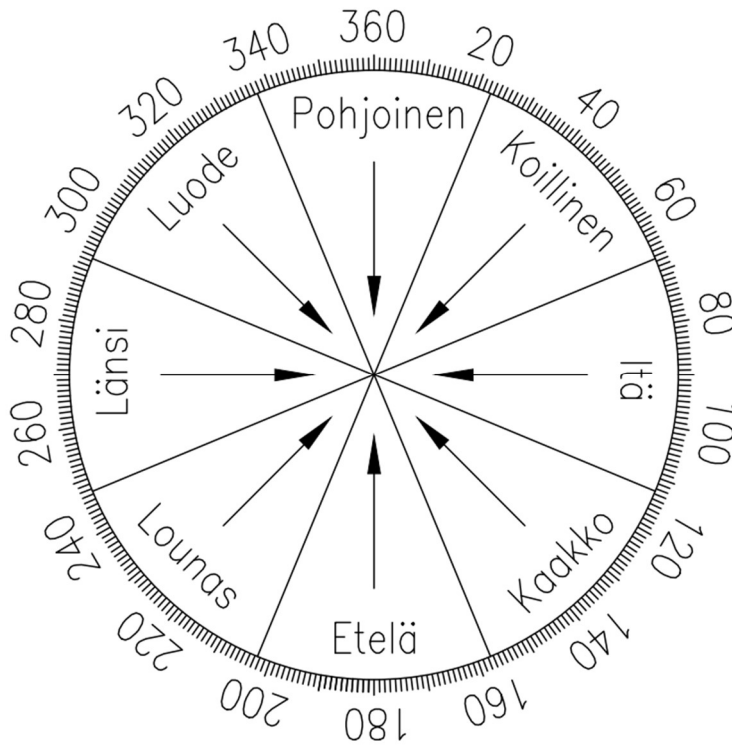


Kuva 3.3. Tuulidata 29.3.2019 ja 17.4.2020 Ylivieskan lentokentällä (Ilmatieteenlaitos 2021)

Koska suurimmat tuulet ovat kevättalvella, käytettiin mitoituksessa 0°C lämpötilaa ilman tiheyden laskemiseen. Korkeampi ilman tiheys nosti lopullisia puuskanopeuspaineita noin 4 %.

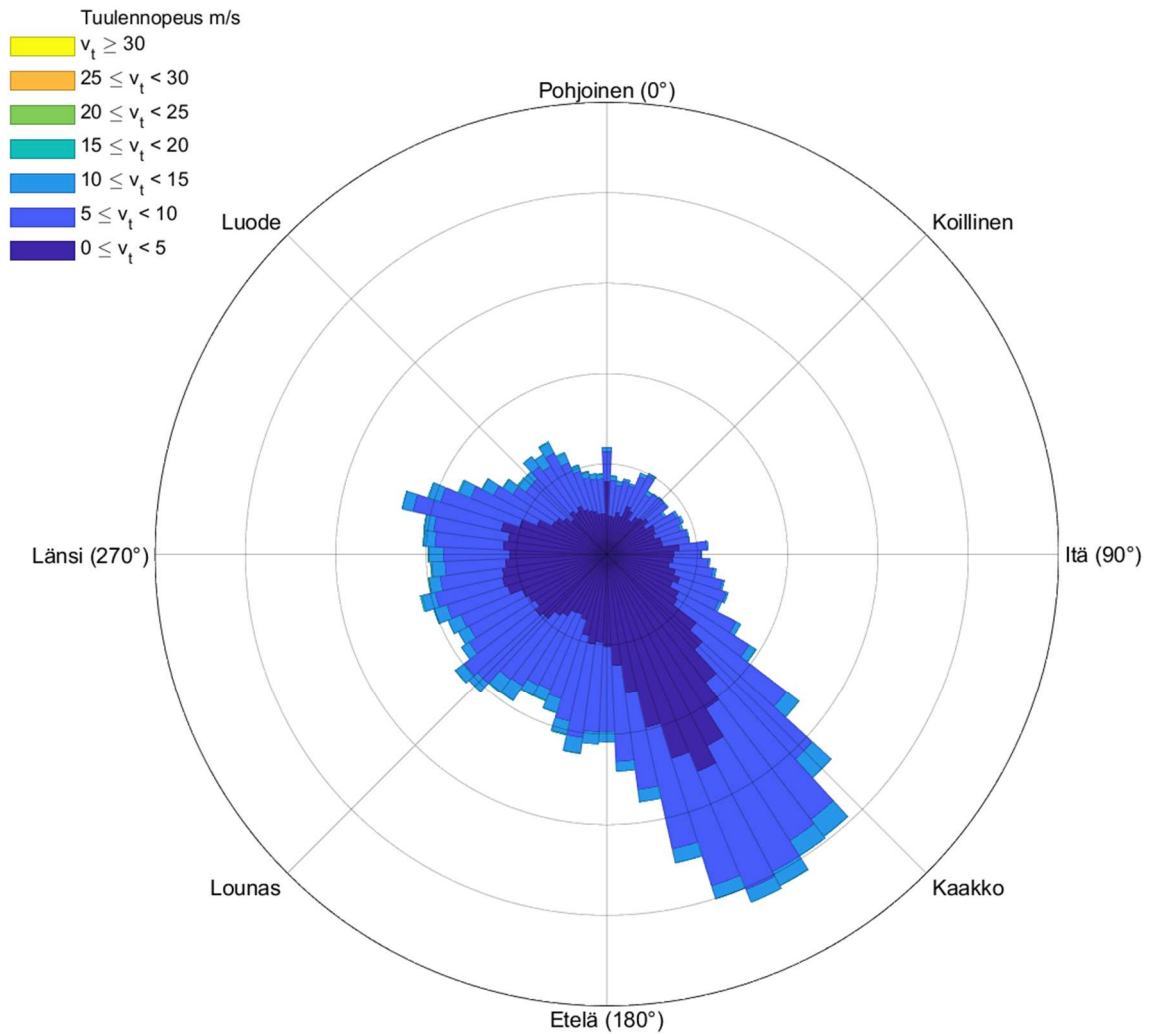
3.2 Tuuliruusut

Tuuliruusut ovat tuulen havainnointiin sopivia taulukoita, missä esitetään tuulen suunta, voimakkuus ja esiintymistiheys. Tuulen suunta ilmoitetaan asteina kompassiruusun mukaisesti (Kuva 3.4), missä tuulen suunta on katsojaa kohti.



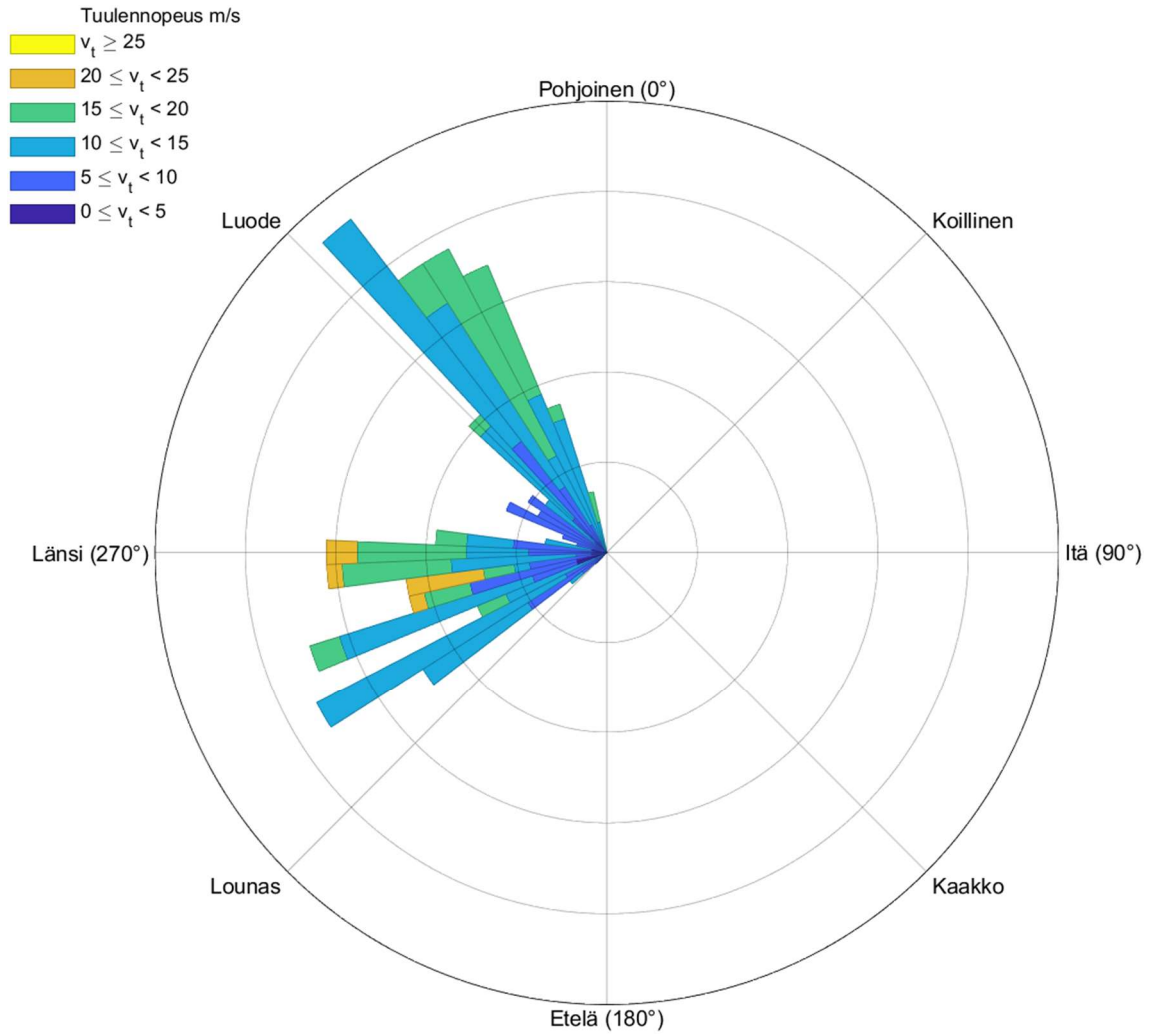
Kuva 3.4. Tuulensuuntakompassi

Tuuliruusu jakaa tuulen nopeudet ja suunnat pylväiksi ja pylvään korkeus kuvaa esiintymistiheyttä. Pylvään väri kertoo tuulennopeuden. Tuuliruusu on kerätty Ilmatieteen mittaustiedoista Ylivieskan lentokentältä ja kuvaajat luotiin käyttäen Pereiran modifioitua Wind Rose -MatLab-funktiota (Pereira 2021). Kuvassa (Kuva 3.5) on vuosien 2010–2020 tuuliruusu. Tuuliruusua modifioitiin, siten että tuulen kaikki alle 1,5 m/s nopeudet jätettiin huomiotta. Modifiointi korjaa 0° suuntaisen piikin, jolloin matalan nopeuden tuulen suunta ei ole lukeutunut mittariin.



Kuva 3.5. Tuuliruusu vuosilta 2010–2020 (Ilmatieteenlaitos 2021)

Tuuliruususta käy ilmi, että kaakkoistuuli on yleisin tuulensuunta ja 10 minuutin keskiarvot ylittävät harvoin 10 m/s nopeutta 10 vuoden ajanjakson aikana. Alla kahden tuulisimman päivän tuuliruusu (Kuva 3.6). Toisena päivänä tuuli pääosin luoteesta ja toisena lännestä. Kuvasta nähdään tuulen suunta ja nopeusjakauma. Suurimmat puuskat olivat lännen suunnasta noin $20\text{--}25 \text{ m/s}$ nopeudella. Eurokoodin tuulen perusnopeus 21 m/s on siis hyvä lähtökohta mitoitus.



Kuva 3.6. Tuuliruuusu päiviltä 29.3.2019 ja 17.4.2020 (Ilmatieteenlaitos 2021)

3.3 Tuulikuorman dynaamisuus

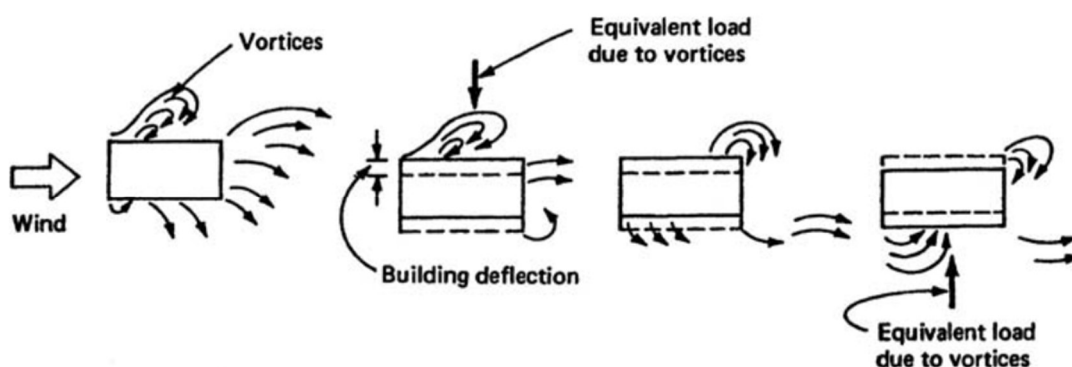
Tuulikuorma on luonteeltaan hyvin dynaamista tuulen puskaisuuden takia. Maaston karkeus aiheuttaa turbulenssia tuulelle matalilla korkeuksilla ja nopeus tasaantuu korkeuden kasvaessa. Ilman turbulenttisuus aiheuttaa tuulenpaineen muutoksia ajan ja paikan suhteen.

Dynaaminen kuormitus voi olla joustavilla ja keveillä rakennuksilla staattista vaarallisempi (Gaylord et al. 1979, s. 80). Puuskat aiheuttavat paikallisia tuulenpaineen huippuarvoja. Suomessa ilma saattaa kerrostua lämpötilainversion aikana. Tällöin ilma liikkuu ylemmissä kerroksissa laminaarisesti. (SFS-EN 1991-4 NA s. 24) Laminaarisuus vaikuttaa edistävästi pyörreratailmiöön ja tasaa pintapainetta kuormitetulla pinnalla.

3.4 Pyörreratailmiö

Pyörreratailmiö on tapahtuma, jossa tuulen pyörteitä irtoaa rakennuksen taakse vuorotellen eri tuulen suuntaisilta sivuilta. Kun pyörre irtoaa, on rakennuksen eri sivuilla paine-ero, joka aiheuttaa tuulelle poikkisuuntaista vaakakuormaa. Pyörteitä irtoaa vuorotellen, riippuen tuulennopeudesta ja rakennuksen muodosta. Pyörteiden vaakakuorma on jaksottaista harmonista pakkovärähtelyä. Pyörreratailmiön aiheuttama kuorma on matalataajuisista ja voi sattua rakennuksen ominaistaajuuksien lähelle. Tällöin rakennuksen ominaisvärähtely määrää pyörteiden irtoamistaajuuksien. Taajuuksien ei tarvitse olla yhtä suuret, eroa taajuuksilla voi olla noin 10 %, jolloin tapahtuu niin kutsuttu lukkiutuminen (Taranath 2005, s. 9). Pyörreratailmiön kuorma on lukkiutuessa resonanssissa rakennuksen kanssa.

Pyörreratailmiön kuormitustaajuus riippuu tuulennopeudesta sekä Strouhalin luvusta, jotka muuttuvat korkeuden mukaan. Täten pyörteitä ei irtoa koko rakennuksen korkeudelta samanaikaisesti. Pyörteitä voi irrota eri taajuisesti eri korkeuksilta. Pyörreratailmiö voi siten resonoida myös korkeampien ominaistaajuuksien kanssa. Eurokoodi velvoittaa tarkastelemaan pyörreratailmiötä, kun tuulta kohtisuorassa olevan tason suurimman mitan suhde pienimpään ylittää 6 (SFS-EN 1991-1-4 liite E).



Kuva 3.7. Pyörreratailmiön vaakakuorma (Taranath 2005, s. 8)

Taranath esittää kirjassaan *Wind and earthquake resistant buildings: Structural analysis and design* kaavan, jolla voidaan arvioida pyörreratojen irtoamistaajuuksia eri poikkileikkauksille (Taranath 2005, s. 9). Pyörteiden irtoamistaajuus puolittain

$$f = \frac{v \cdot St}{D}, \quad (3.1)$$

missä v on keskituulennopeus tarkastelukorkeudella [m/s]
 St on Strouhalin luku ja
 D on rakennuksen halkaisija [m].

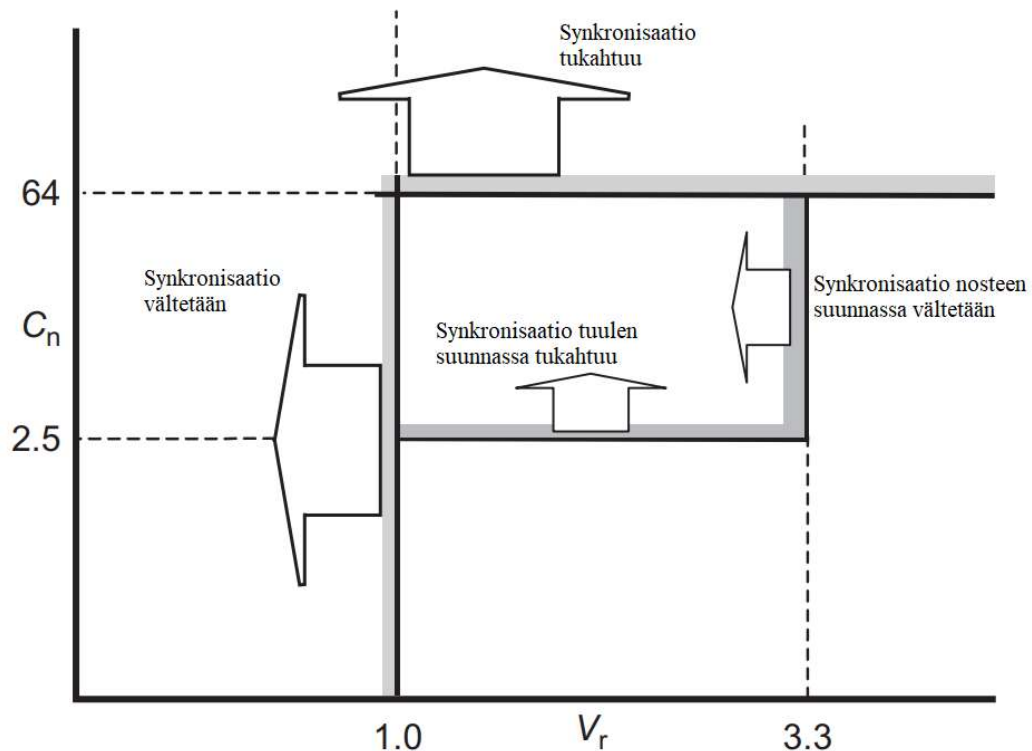
Pyörreratailmiön ilmentyvyyttä voidaan arvioida redusoitujen nopeuden ja vaimennuksen avulla. (Kaneko 2014, s. 39) Redusoidut arvot saadaan seuraavasti

$$V_r = \frac{v}{f_n \cdot D} \text{ ja} \quad (3.2)$$

$$C_n = \frac{2 \cdot m \cdot \delta}{\rho \cdot D^2}, \quad (3.3)$$

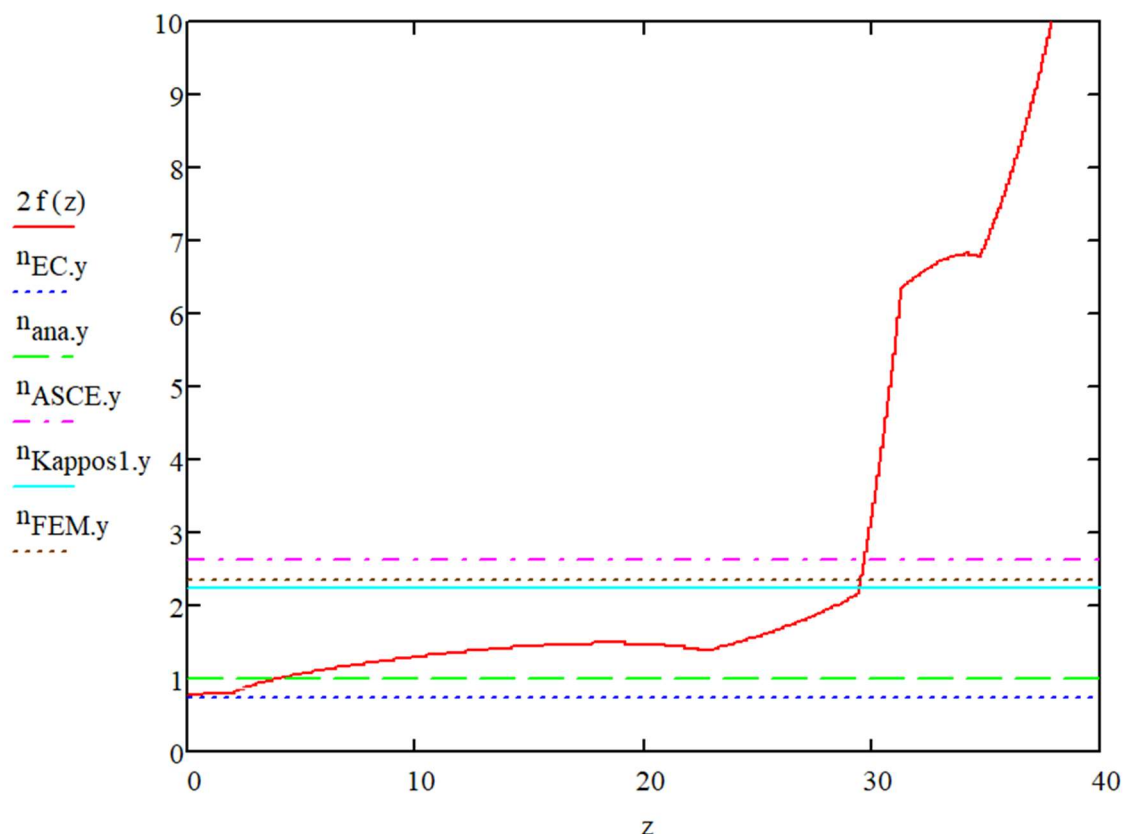
missä v on tuulennopeus [m/s],
 f_n on tuulta poikittainen ominaistajuus [Hz],
 D on rakennuksen halkaisija [m],
 m on rakennuksen massa [kg],
 δ on vaimennuksen logaritminen dekrementti ja
 ρ on ilman tiheys [kg/m^3].

Redusoituja arvoja verrataan kuvaan (Kuva 3.8), josta nähdään, onko pyörreratailmiö synkronoitumassa rakennuksen värähtelyn kanssa. Kuvassa nosteen suunta tarkoittaa tuulelle poikittaissuuntaista. Jos redusoitu nopeus V_r on alle 3,3, vältetään poikittaissuuntainen lisäkuorma. Redusoidun nopeuden ollessa alle 1,0, pyörreratailmiö vältetään kokonaan. Redusoitu vaimennus kertoo, kuinka tehokkaasti rakennuksen vaimennus ehkäisee pyörreratailmiötä. Tapulin tapauksessa redusoitu nopeus pysyy alle 3 alimmalla ominaistajuudella ja redusoitu vaimennus liikkuu 9...170 välillä.



Kuva 3.8. Pyörreratailmiön välttäminen ja tukahtuminen (Mukaillen Kaneko 2014, s. 39)

Tapulin jatkuvasti kapeneva poikkileikkaus vähentää alttiutta pyörreratailmiölle. Tapulin Strouhalin luvun muuttuminen korkeuden suhteessa levittää irtoamistaajuutta. (Kim & You 2002, s. 1777) Irtoamistaajuuksien hajaantuminen nähdään alla (Kuva 3.9). Irtoamistaajuus muuttuu hitaasti 20 metrin korkeuteen asti ja hajaantuu tästä korkeuden kasvaessa. Irtoamistaajuus kohtaa alimman ominaistaajuuden nopeasti kasvavalla alueella, jolloin pyörteiden irtoaminen tällä taajuudella on epätodennäköistä. Kanekon mukainen redusoitu nopeus (3.2) ennustaa myös pyörreratojen olevan epätodennäköisiä alimmalla ominaistaajuudella ja todennäköisempää matalammalla taajuudella.



Kuva 3.9. Pyörteiden irtoamistaajuus ja laskettuja ominaistaajuuksia

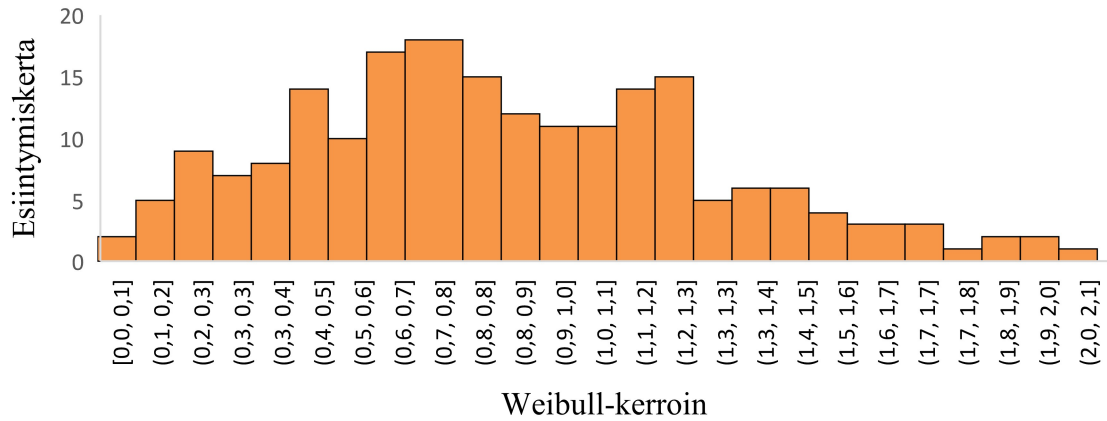
Kiilamaisuuden edullisista vaikutuksista tuulelle poikittaiseen kuormaan on tutkittu pienoismallein (Kim & You 2002 ja Kim et al. 2008) sekä virtuaalisilla tuulitunneleilla (Tanaka et al. 2013). Kiilamaisuus pienensi dynaamista vaakakuormaa verrattuna tasalevyiseen rakennukseen, mutta pyörteiden irtoamistaajuuksia ei näissä tutkimuksissa mitattu.

3.5 Tuulen mallinnus

Tuulta voidaan mallintaa staattisena kuormana, muuttuvana kuormana voimakertoimilla tai CFD-menetelmällä. CFD-ohjelmat mallintavat ilman kulkeutumista ja tuulen aiheuttamia paineita sekä kitkavoimia eri pinnoille. Yleisin menetelmä on mallintaa tuulikuormaa staattisena pintapaineena kohtisuoraan pintaa vastaan.

Tuulikuormaa voidaan mallintaa asettamalla mitattu tai luotu kuormitushistoria FEM-ohjelmaan ja käyttämällä aikahistoria-analyysia. Tässä työssä luotiin Weibull-jakauman

mukainen kuormitushistoria kuvaamaan tuulen dynaamisuutta. Käytetty Weibull-jakauma nähdään alla (Kuva 3.10).



Kuva 3.10. Weibull-kertoimien kertymäjakauma

Aikahistoria-analyysiin luotiin myös toinen kuormitushistoria CFD-mallinnuksella. CFD-laskennalla mallinnettiin tuulen ohivirtausta ja pyörreratailmiön tuomaa harmonista kuormaa. Kuormitushistoria CFD-analyysistä tuotiin aikahistoria-analyysiin. Pyörreratailmiön vaakakuorma nähdään myöhemmin kuvassa (Kuva 7.4).

4 YLIVIESKAN KIRKON KELLOTAPULI

Työn esimerkkikohteena on Ylivieskan uudelle kirkolle rakennettava kellotapuli. Kellotapuli tulee Ylivieskan edellisen palossa tuhoutuneen kirkon paikalle. Tapuli on monumenttimainen ja sen ulkomuoto sekä käyttötarkoitus ovat tavallisista rakennuksista poikkeavia. Tapuli on korkea ja hyvin hoikka teräsrakennus ja siten altis tuulen vaikutuksille.

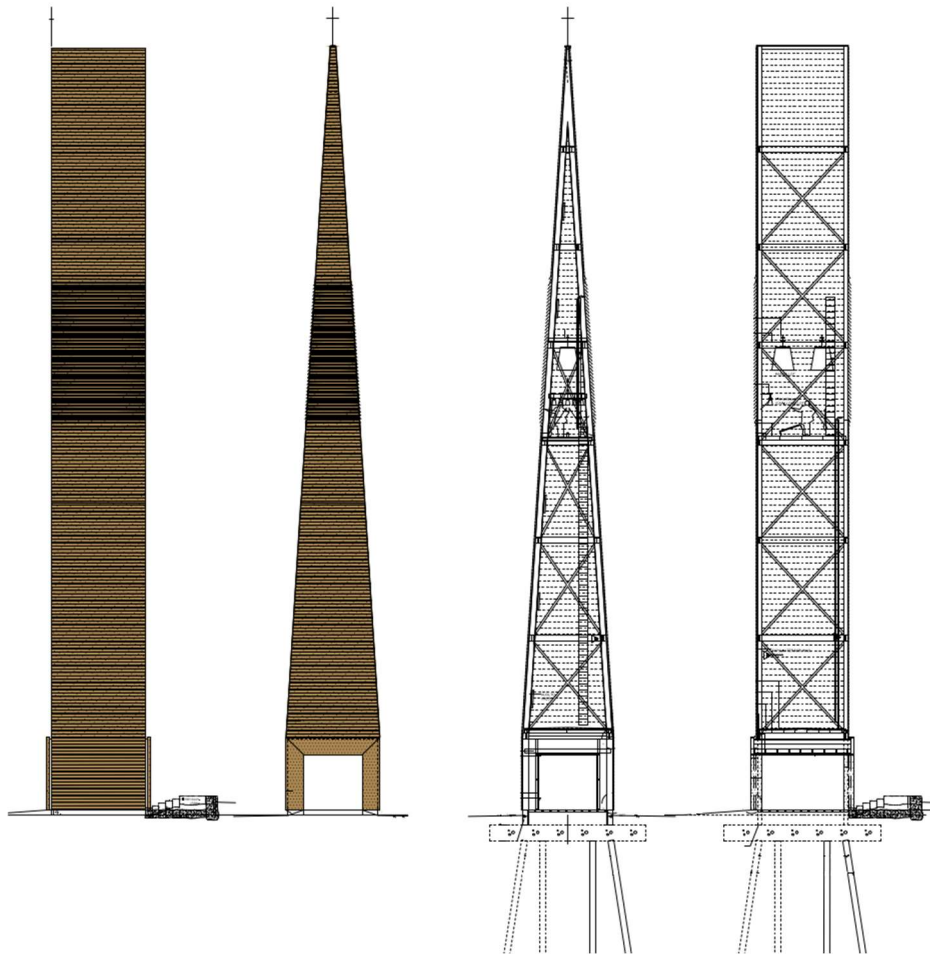
4.1 Arkkitehtikuvat

Kuvassa (Kuva 4.1) on havainnekuva tulevasta kellotapulista. Tapuli kapenee noin 6 % kahdelta puolelta kiilamaisesti.



Kuva 4.1 Havainnekuva kellotapulista (Mukaillen Lintula 2020)

Kellotapuli perustetaan massiiviselle paalulaatalle. Teräsristikkorakenteinen masto nousee paalulaatan päältä. Masto jäykistetään teräsristikoilla, jotka kiertävät seiniä. Julkisivu tehdään Cor-Ten lamelleista, jotka sallivat taipumaa levytystä paremmin. Luonnos tapulin rakenteesta nähdään alla (Kuva 4.2).



Kuva 4.2. Luonnospiirustus tapulista (Mukaiillen Lintula, 2020)

Tapuli sijoittuu Ylivieskan keskusta Hamarinkosken varteen. Paikka on ympäröity matalilla rakennuksilla ja puustolla. Eurokoodin maastoluokka on siis III, mutta mitoituksessa lasketaan pahemman II luokan mukaisesti. Alla satelliittikuva ja asemapiirros (Kuva 4.3) kohteen sijainnista. Asemakuvasta nähdään, kuinka uusi tapuli asettuu vanhan kirkon raunioiden eteen.



Kuva 4.3. Satelliittikuva ja asemapiirros tapulin sijainnista (Airbus & CNES 2021 ja Ylivieskan karttatiimi 2021)

4.2 Alkuperäinen mitoitus

Tässä työssä vertaillaan laskennan tuloksia työtä edeltäneeseen staattiseen mitoitukseen. Staattinen mitoitus tehtiin StruSoftin Jigi-ohjelmaa käyttäen.

Työtä edeltävä mitoitus tehtiin normimitoituksena, jolloin tulokset lasketaan staattisten kuormien mukaisesti. Tässä mitoituksessa ei huomioitu ilman tiheyden muutosta lämpötilasta ja rakennuspaikan korkeudesta. Staattisessa mitoituksessa ei määritetty kiihtyvyyksiä eikä ominaistajuuksia.

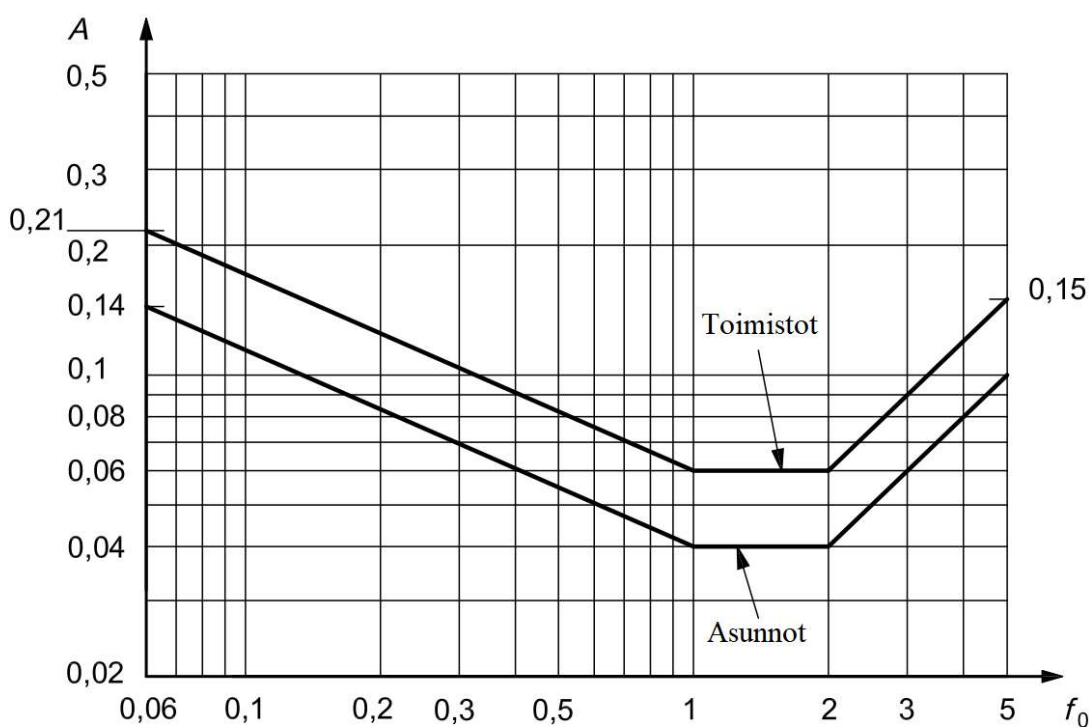
Suurin tapulin pään staattinen taipuma oli mitoituksessa 134,8 mm, jolloin taipuma on lähes $H/300$. Taipuma on siis yleistä käyttörajatilan suositusta ($H/500$) suurempi, mutta rakennuksen käyttötarkoitus ja rakenne sallivat suuremman taipuman.

4.3 Mitoittavat arvot

Tuulen vasteella värähtelyn suhteen mitoittavat arvot ovat siirtymät ja kiihtyvyydet. Suurimmille siirtymille annetaan Eurokoodissa suositusraja-arvoksi $H/500$ maston pään suurimmalle vaakasuuntaiselle siirtymälle. (SFS-EN 1993-3-1 s. 58) Tämä on käyttörajatilan mukainen rajoite käyttömukavuuden ja ulkoerhousen vahingoittumisen

välttämiseksi. Kirjassaan Taranath B. esittää vastaavan suhteen ($H/400-H/500$) yleiseksi rajaksi teräsrakennusten suurimmalle taipumalle (Taranath 2005, s. 262).

Alla (Kuva 4.4) nähdään ISO standardin mukaiset kiihtyvyyksien suositusraja-arvot kerran vuodessa toistuvalla tuulella ominaistajuuksien funktiona. Koska tapulissa ei ole käyttäjiä kuin huoltotilanteessa, on käyttörajatilan suurin kiihtyvyys toisarvoinen tekijä. Kiihtyvyydet vaikuttavat pääasiassa kellojen kiinnityksiin ja vaakatukiin.



Kuva 4.4. Kiihtyvyyksien raja-arvot (Mukaihen ISO 10137 s. 41)

5 EUROKOODIN MUKAINEN DYNAAMINEN MITOITUS

Tässä kappaleessa käydään läpi Eurokoodi SFS-EN 1991-1-4 + AC + NA mukainen mitoitus kellotapulien tapauksessa. Standardia kutsutaan jatkossa Eurokoodi-nimellä.

5.1 Rakenteen dynaamiset ominaisuudet

Eurokoodin mukaisessa värähtelytarkastelussa käytetään voimakkaita yksinkertaistuksia. Värähtelyn laskemiseen ei ole helppoa analyttistä menetelmää, joten annetut menetelmät pätevät vain yksinkertaisissa tapauksissa. Värähtelymitoitus tehdäänkin yleensä tietomalleilla tai muulla tietokoneavusteisella laskennalla.

Eurokoodin laskentakaavan mukaisesti ulokkeelle, jonka päässä on yksi massa, lasketaan alin ominaistajuus

$$n_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{x_1}}, \quad (5.1)$$

missä g on maan vetovoiman kiihtyvyys $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$ ja

x_1 on suurin siirtymä, kun rakenteen oma paino asetetaan vaikuttamaan värähtelyn suuntaan rakennuksen päässä [m].

Kaava (5.1) vastaa Chopran kirjassa esitettyä kaavaa (2.4) ja yksimassaisen ideaalipalkin ominaistajuutta (6.7). Tämä ei huomioi muuttuvaa poikkileikkausta tai muuttuvaa omapainoa. Yli 50 metriä korkeille rakennuksille Eurokoodi antaa vain suuntaa antavan arvion. Korkeille rakennuksille alin ominaistajuus

$$n_1 = \frac{46}{h}, \quad (5.2)$$

missä h on rakennuksen korkeus [m].

Kaava (5.2) johtuu mittauksista olemassa olevilla rakennuksilla ja näihin mittaustuloksiin sovitetusta suorasta. Tapauskohde on kuitenkin alle 50 metriä korkea teräsristikko ulokerakennus, jolloin käytetään ulokepalkin värähtelyn kaavaa (5.1).

Alin normalisoitu ominaismuoto lasketaan Eurokoodin mukaisesti

$$\Phi_1(z) = \left(\frac{z}{h}\right)^{\zeta_m}, \quad (5.3)$$

missä z on tarkastelukorkeus [m],
 h on rakennuksen korkeus [m] ja
 ζ_m on muotokerroin, joka on teräsristikkorakenteisille tornimaisille rakenteille 2,5.

Ekvivalentti massa tapauksessa, jossa massa on tasaisesti jakautunut, lasketaan

$$m_e = \frac{\int_0^h m(z) \cdot \Phi_1^2(z) dz}{\int_0^h \Phi_1^2(z) dz}, \quad (5.4)$$

missä m on massa pituusyksikköä kohti $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$,
 z on tarkastelukorkeus [m].

Silloin, kun massa ei ole tasaisesti jakautunut koko rakenteella, voidaan ekvivalenttia massaa approksimoida käyttämällä ylimmän kolmanneksen jakautuneen massan keskiarvoa.

Eurokoodin mukaisesti voidaan arvioida rakenteen vaimennus. Vaimennuksen logaritminen dekrementti

$$\delta = \delta_s + \delta_a + \delta_d, \quad (5.5)$$

missä δ_s on sisäisen vaimennuksen logaritminen dekrementti,
 δ_a on aerodynaamisen vaimennuksen logaritminen dekrementti ja
 δ_d on erityislaitteiden tuoman vaimennuksen logaritminen dekrementti.

Sisäisen vaimennuksen logaritminen dekrementti $\delta_s = 0,02$ saadaan Eurokoodin taulukosta F.2 (SFS-EN 1991-1-4 s. 252) hitsatulle teräsristikkorakenteiselle tornille. Erityislaitteita vaimennukseen olisivat esimerkiksi viritetyt massavaimentimet, vaimennussäiliöt tai ulkoiset siivekkeet. Tällaisia laitteita ei kellotapulissa ole, joten δ_d :n arvo on nolla. Ympäröivän ilman aerodynaaminen vaimennus tuulen suuntaiselle värähtelylle saadaan kaavasta

$$\delta_a = \frac{c_f \cdot \rho \cdot b \cdot v_m(z_s)}{2 \cdot n_1 \cdot m_e}, \quad (5.6)$$

missä c_f on tuulen voimakkeroin,

ρ on ilman tiheys $[\text{kg}/\text{m}^3]$,

b on rakennuksen leveys $[\text{m}]$,

v_m on modifioitu tuulennopeuden perusarvo tarkastelukorkeudella $[\text{m}/\text{s}]$,

n_1 on alin ominaistaajuus tuulen suunnassa $[\text{Hz}]$ ja

m_e on ekvivalentti massa pituusyksikköä kohti $[\text{kg}/\text{m}]$.

Aerodynaamisien laitteiden tai muiden vaimentimien tuoma vaimennus tuulelle poikittaisessa suunnassa huomioidaan erikoitapauksissa, kuten Scrutonin luvun ollessa yli 8 (SFS-EN 1991-1-4 s. 220). Tapulin tapauksessa suurimman vaimennuksen alueella, ylimmällä neljänneksellä, Scrutonin luku kasvaa suureksi (8...100).

5.2 Tuulikuorman puuskanopeuspaine

Eurokoodissa tuulen puuskanopeutta approksimoidaan kertomalla modifioimatonta tuulen perusarvoa erilaisilla kertoimilla, jotka riippuvat muun muassa tarkastelukorkeudesta ja kohteen sijainnista. Suomessa on valittu tuulennopeuden modifioimattomaksi perusarvoksi $21 \text{ m}/\text{s}$. Tuulennopeuden perusarvo lasketaan seuraavalla tavalla

$$v_b = c_{\text{dir}} \cdot c_{\text{season}} \cdot v_{b,0}, \quad (5.7)$$

missä c_{dir} on suuntakerroin,

c_{season} on vuodenaikakerroin ja

$v_{b,0}$ on tuulennopeuden modifioimaton perusarvo [m/s].

Rakennuksen eri mittaiset suunnitellut käyttöajat huomioidaan tuulennopeuden todennäköisyyskerroimella. Todennäköisyyskerroin lasketaan yhtälöllä

$$c_{\text{prob}} = \left(\frac{1 - K \cdot \ln(-\ln(1 - p))}{1 - K \cdot \ln(-\ln(0,98))} \right)^n, \quad (5.8)$$

missä p on ylittymistodennäköisyys $\frac{1}{\text{tarkasteltava aikaväli}}$,
 K on muotoparametri ja
 n on eksponentti.

K ja n arvot voidaan määritellä kansallisesti, mutta Suomessa käytetään Eurokoodin suositusarvoja $K=0,2$ ja $n=0,5$. 50 vuoden käyttöiällä todennäköisyyskerroin saa arvon 1,0 ja yli 50 vuoden käyttöiällä kerroin kasvaa. Alle 50 vuodella kerroin saa arvoja alle yhden. Kiihtyvyyksien mallinnusta varten tarvitaan yhden vuoden todennäköisyyskerroin. Koska kaavaa (5.8) ei ole määritetty kohdassa 1 vuosi, laskettiin kertoimelle raja-arvo, mitä kohti funktio suppenee.

Tuulen modifioitu perusnopeus on tuulen mitoituskeskinopeus, kun puuskaisuutta ei ole huomioitu. Puuskaisuus otetaan huomioon myöhemmässä vaiheessa. Tuulen modifioitu perusarvo saadaan kaavasta

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_o(z) \cdot v_b \cdot c_{\text{prob}}, \quad (5.9)$$

missä c_r on maaston rosoisuuskerroin,
 c_o on pinnanmuotokerroin ja
 c_{prob} on todennäköisyyskerroin.

Rosoisuuskerroin muodostuu maastoluokasta ja tarkastelukorkeudesta

$$c_r(z) = \begin{cases} k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right), & \text{kun } z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \\ k_r \cdot \ln\left(\frac{z_{\min}}{z_0}\right), & \text{kun } z \leq z_{\min} \end{cases}, \quad (5.10)$$

missä k_r on rosoisuusmitasta riippuva maastokerroin,
 z_{\min} on maastoluokasta riippuva tarkastelun minimikorkeus [m],
 z_{\max} on tarkastelun maksimikorkeus [m] ja
 z_0 on maastoluokasta riippuva rosoisuusmitta [m].

Maastokerroin saadaan seuraavalla tavalla

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07}, \quad (5.11)$$

missä $z_{0,II}$ on rosoisuusmitta maastoluokassa II [m].

Tuulen turbulenssi huomioidaan Eurokoodissa seuraavasti. Turbulenssin keskihajonta

$$\sigma_v = k_r \cdot v_b \cdot k_l, \quad (5.12)$$

missä k_l on pyörteisyyskerroin.

Tuulenpuuskien intensiteetti lasketaan

$$I_v(z) = \begin{cases} \frac{\sigma_v}{v_m(z)} = \frac{k_l}{c_o(z) \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)}, & \text{kun } z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \\ I_v(z_{\min}), & \text{kun } z \leq z_{\min} \end{cases}. \quad (5.13)$$

Lopulta rakennuksen puuskanopeuspaine saadaan

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z), \quad (5.14)$$

missä ρ on ilman tiheys $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ ja
 I_v tuulenpuuskien intensiteetti.

Suomen kansallisen liitteen mukaisesti hoikille rakennuksille ilman tiheys tulee laskea seuraavasti

$$\rho = \frac{353}{T \cdot e^{-0,00012 \cdot H}}, \quad (5.15)$$

missä T on ilman absoluuttinen lämpötila [K] yksiköittä ja
 H on rakennuspaikan korkeus merenpinnasta [m] yksiköittä.

Puuskanopeuspaine voidaan vaihtoehtoisesti laskea altistuskertoimen avulla

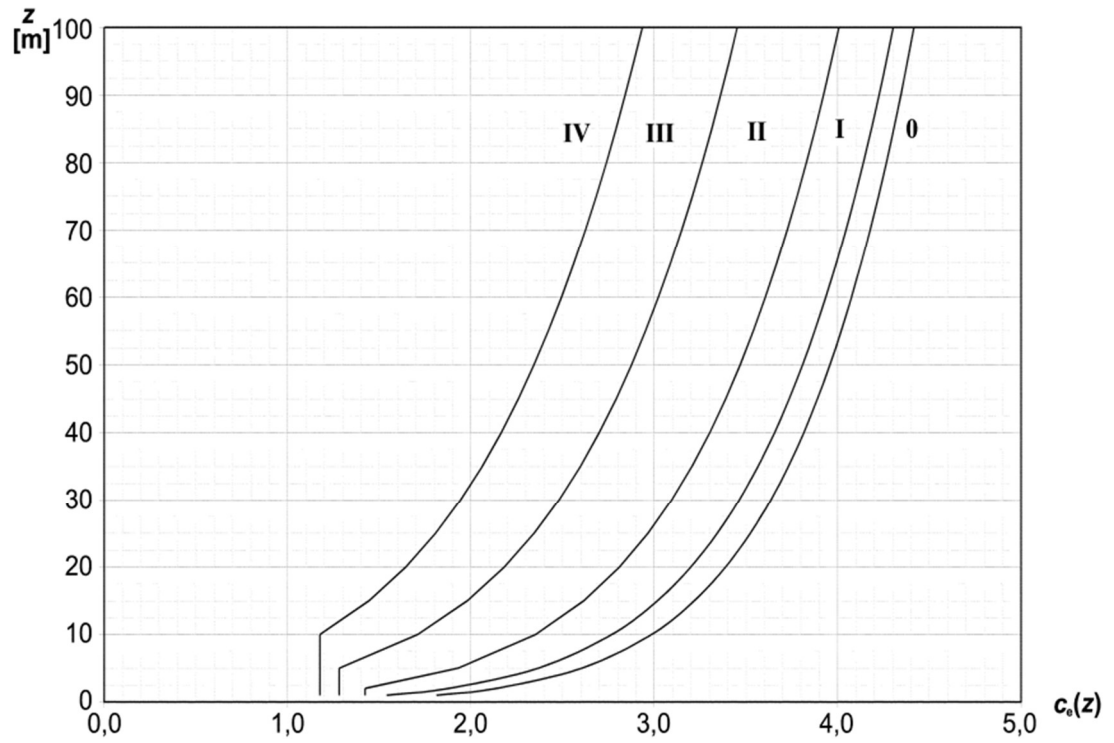
$$q_p(z) = c_e(z) \cdot q_b, \quad (5.16)$$

missä c_e on altistuserroin ja
 q_b on nopeuspaineen perusarvo [kPa].

Nopeuspaineen perusarvo saadaan ilman tiheydestä ja perusnopeudesta

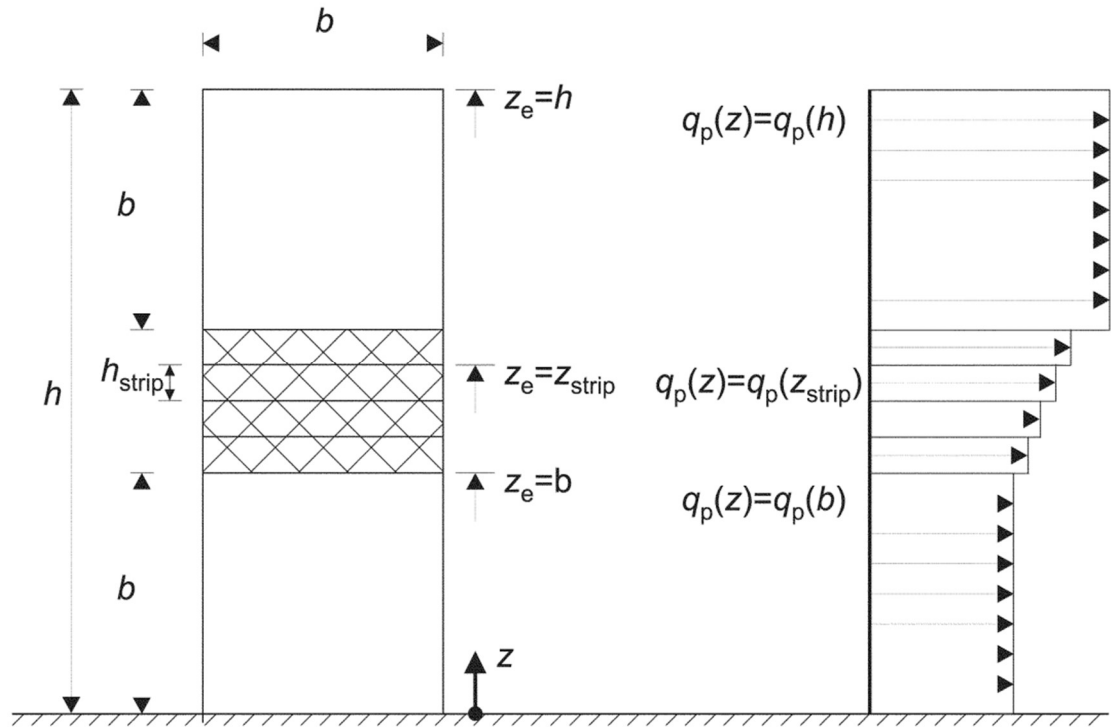
$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^2. \quad (5.17)$$

Altistuserroin luetaan alla olevasta kuvasta (Kuva 5.1). Altistuskertoimen arvo vaihtelee noin 2,0–3,3 välillä. Altistuserroin kuvaa tuulen puuskaisuuden vaikutusta tuulennopeuteen.



Kuva 5.1. Altistuserroin (SFS-EN 1991-1-4 s. 40)

Korkeassa rakennuksessa huomioidaan tuulennopeuden vaihtelu korkeuden suhteen, joten puuskanopeuspaine lasketaan eri korkeuksille. Kuvassa (Kuva 5.2) on havainnointu puuskanopeuspaineen jakaumaa korkeuden suhteen korkeassa rakennuksessa.



Kuva 5.2. Puuskanopeuspaine rakennuksessa (SFS-EN 1991-1-4 s. 60)

5.3 Rakenteen tuulikuorma voimakertoimilla

Eurokoodissa voidaan laskea koko rakenteeseen vaikuttava tuulikuorma voimakertoimilla, jotka huomioivat turbulenssin, kitkavaikutukset ja rakennuksen geometrian. Rakenteeseen vaikuttava tuulikuorma lasketaan

$$F_w = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{\text{ref}}, \quad (5.18)$$

missä c_s on koon vaikutuskerroin,
 c_d on dynaaminen kerroin,
 c_f on rakenteen voimakkerroin,
 q_p on nopeuspainekorkeudella z_e oleva puuskanopeuspaine [kPa] ja
 A_{ref} on tuulenpaineen vaikutusala [m^2].

Rakenteen tuulikuorma voidaan jakaa osa-alueisiin ja summata yhteen

$$F_w = c_s c_d \cdot \sum c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{\text{ref}}. \quad (5.19)$$

Rakennekerroin $c_s c_d$ tulee kellotapulin tapauksessa laskea yksityiskohtaisesti, sillä rakennuksen geometria ja alin ominaistaajuus eivät sovi annettuihin ehtoihin (SFS-EN 1991-1-4 s. 48). Rakennekertoimen staattinen osa saadaan seuraavasti

$$c_s = \frac{1 + 7 \cdot I_v(z_s) \cdot \sqrt{B^2}}{1 + 7 \cdot I_v(z_s)}, \quad (5.20)$$

missä z_s on nopeuspaine korkeus $0,6 \cdot h$ [m],
 I_v on tuulenpuuskien intensiteetti ja
 B^2 on taustapyörteiden vaikutusparametri.

Nopeuspaine korkeus z_s pystyrakenteille annetaan Eurokoodissa kuvassa 6.1 (SFS-EN 1991-1-4 s. 50). Dynaaminen osa rakennekertoimesta saadaan

$$c_d = \frac{1 + 2 \cdot k_p \cdot I_v(z_s) \cdot \sqrt{B^2 + R^2}}{1 + 7 \cdot I_v(z_s) \cdot \sqrt{B^2}}, \quad (5.21)$$

missä k_p on huippuarvokerroin ja
 R^2 on resonanssivasteen vaikutusparametri.

Eurokoodin liitteen B mukaisesti seuraavaksi määritetään rakennekertoimen $c_s c_d$:n parametrit B^2 ja R^2 . Taustapyörteiden vaikutusparametri B^2 lasketaan kaavalla

$$B^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot \left(\frac{b+h}{L(z_s)} \right)^{0,63}}, \quad (5.22)$$

missä $L(z_s)$ on tuulenpyörteen ulottuvuus [m].

Tuulenpyörteen ulottuvuus lasketaan seuraavasti

$$L(z) = L_t \cdot \left(\frac{z}{z_t} \right)^\alpha, \quad (5.23)$$

missä L_t on ulottuvuuden vertailuarvo 300 m,

z_t on vertailukorkeus 200 m ja

$$\alpha = 0,67 + 0,05 \cdot \ln(z_0).$$

Tuulen dimensiottoman tehospektrin tiheysfunktio

$$S_L(z, n) = \frac{6,8 \cdot f_L(z, n)}{(1 + 10,2 \cdot f_L(z, n))^{5/3}}, \quad (5.24)$$

missä f_L on dimensioton taajuus.

Dimensioton taajuus lasketaan

$$f_L(z, n) = \frac{n_1 \cdot L(z)}{v_m(z)}, \quad (5.25)$$

missä n_1 on alin tuulen suuntainen ominaistaajuus [Hz] ja
 v_m on tuulen modifioitu perusnopeus [m/s].

Resonanssivasteen vaikutusparametri saadaan seuraavasti

$$R^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot \delta} \cdot S_L(z_s, n_1) \cdot R_h(\eta_h) \cdot R_b(\eta_b), \quad (5.26)$$

missä δ on vaimennuksen logaritminen dekrementti,
 S_L on dimensiottoman tehospektrin tiheysfunktio,
 R_h ja R_b ovat aerodynaamiset siirtokerroinfunktiot.

Siirtokerroinfunktiot saadaan likimain

$$R_h = \frac{1}{\eta_h} - \frac{1}{2 \cdot \eta_h^2} \cdot (1 - e^{-2\eta_h}), \text{ mutta } R_h = 1, \text{ kun } \eta_h = 0 \quad (5.27)$$

ja

$$R_b = \frac{1}{\eta_b} - \frac{1}{2 \cdot \eta_b^2} \cdot (1 - e^{-2\eta_b}), \text{ mutta } R_b = 1, \text{ kun } \eta_b = 0. \quad (5.28)$$

Kaavoissa (5.27) ja (5.28) olevat kertoimet saadaan seuraavasti

$$\eta_h = \frac{4,6 \cdot h}{L(z_s)} \cdot f_L(z_s, n_1) \text{ ja} \quad (5.29)$$

$$\eta_b = \frac{4,6 \cdot b}{L(z_s)} \cdot f_L(z_s, n_1). \quad (5.30)$$

Tuulen suuntaisen kiihtyvyyden ominaisarvon keskihajonta

$$\sigma_{a,x}(z) = \frac{c_f \cdot \rho \cdot b \cdot I_v(z) \cdot v_m^2(z)}{m_e} \cdot R \cdot K_x \cdot \Phi_1(z), \quad (5.31)$$

missä c_f on voimakerroin,
 ρ on ilman tiheys $[\text{kg}/\text{m}^3]$,
 b on rakennuksen leveys $[\text{m}]$,
 I_v on tuulenpuuskien intensiteetti korkeudella z ,
 v_m on tuulennopeuden modifioitu perusarvo $[\text{m}/\text{s}]$,
 R on resonanssivasteen vaikutusparametrin neliöjuuri,
 K_x on dimensioton kerroin,
 m_e on ekvivalentti massa tuulensuuntaisessa värähtelyssä alimmalla ominaistajajuudella $[\text{kg}/\text{m}]$ ja
 Φ_1 on alin tuulensuuntaisen värähtelyn ominaismuoto.

Keskihajontaan tarvittava kerroin lasketaan

$$K_x = \frac{\int_0^h v_m^2(z) \cdot \Phi_1(z)}{v_m^2(z_s) \cdot \int_0^h \Phi_1^2(z)}, \quad (5.32)$$

missä h on rakenteen korkeus $[\text{m}]$ ja
 z_s on vertailukorkeus $[\text{m}]$.

Tuulensuuntaiselle siirtymälle huippuarvokerroin lasketaan

$$k_p = \sqrt{2 \cdot \ln(v \cdot T)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(v \cdot T)}}, \quad (5.33)$$

missä v on resonanssitaajuus ja
 T on tuulennopeuden mittausaika, 600 s.

Resonanssitaajuus tuulensuuntaiselle värähtelylle on

$$v = n_1 \cdot \sqrt{\frac{R^2}{B^2 + R^2}}, \text{ mutta } v \geq 0,008 \text{ Hz.} \quad (5.34)$$

Tuulen suuntainen maksimikiihtyvyys on siten

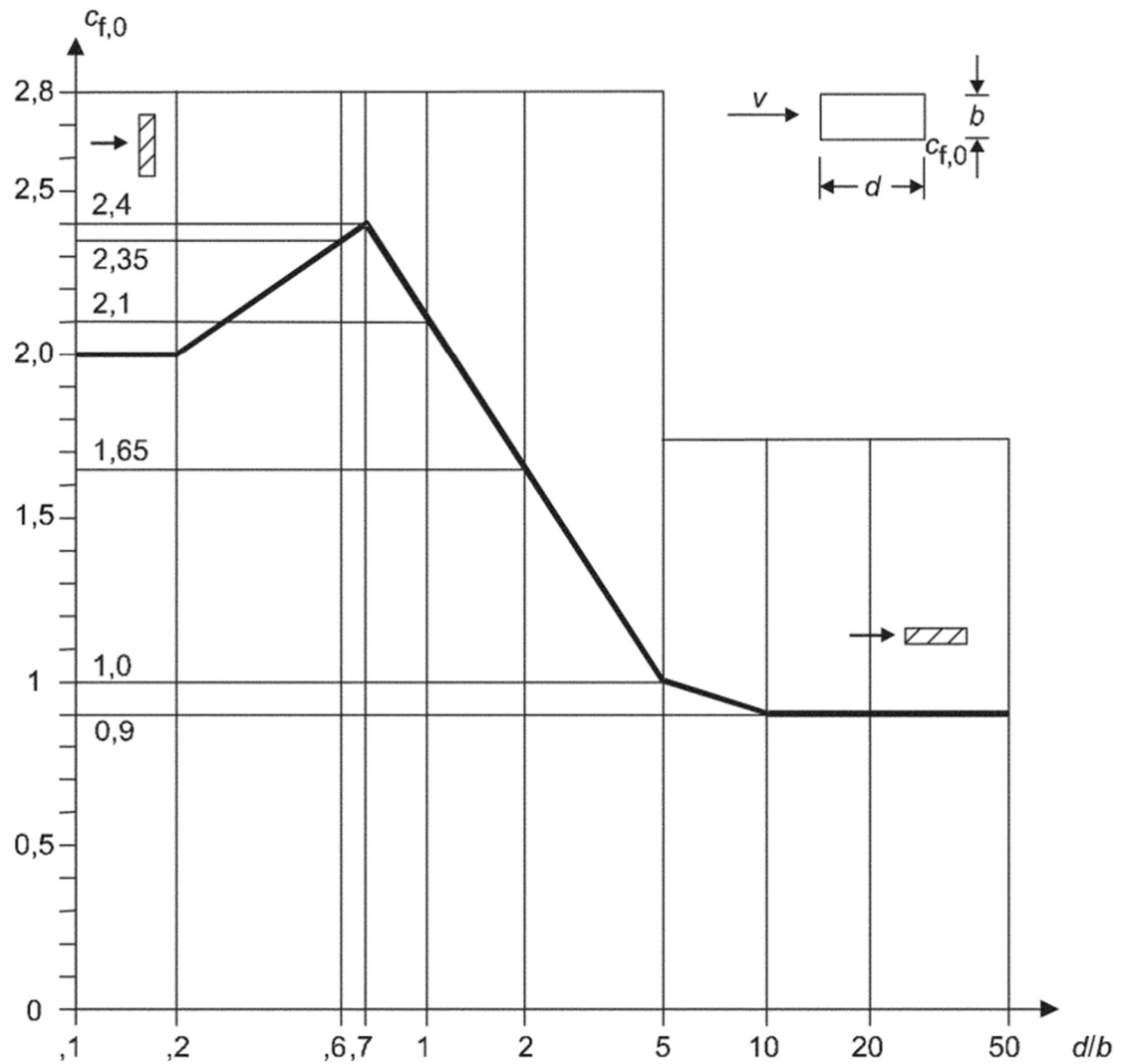
$$a_{\max,x}(z) = k_p \cdot \sigma_{a,x}(z). \quad (5.35)$$

Kun rakennekerroin on määritetty, tarvitaan seuraavaksi voimakerroin tuulelle.
 Voimakerroin lasketaan seuraavasti

$$c_f = c_{f,0} \cdot \psi_r \cdot \psi_\lambda, \quad (5.36)$$

missä $c_{f,0}$ on terävasärmäisen poikkileikkauksen voimakertoimen perusarvo,
 ψ_r on pyöreäsärmäisen poikkileikkauksen pienennyskerroin ja
 ψ_λ on rakenneosan päätevaikutuskerroin.

Terävasärmäisen poikkileikkauksen voimakerroin saadaan alla olevasta kuvasta (Kuva 5.3).



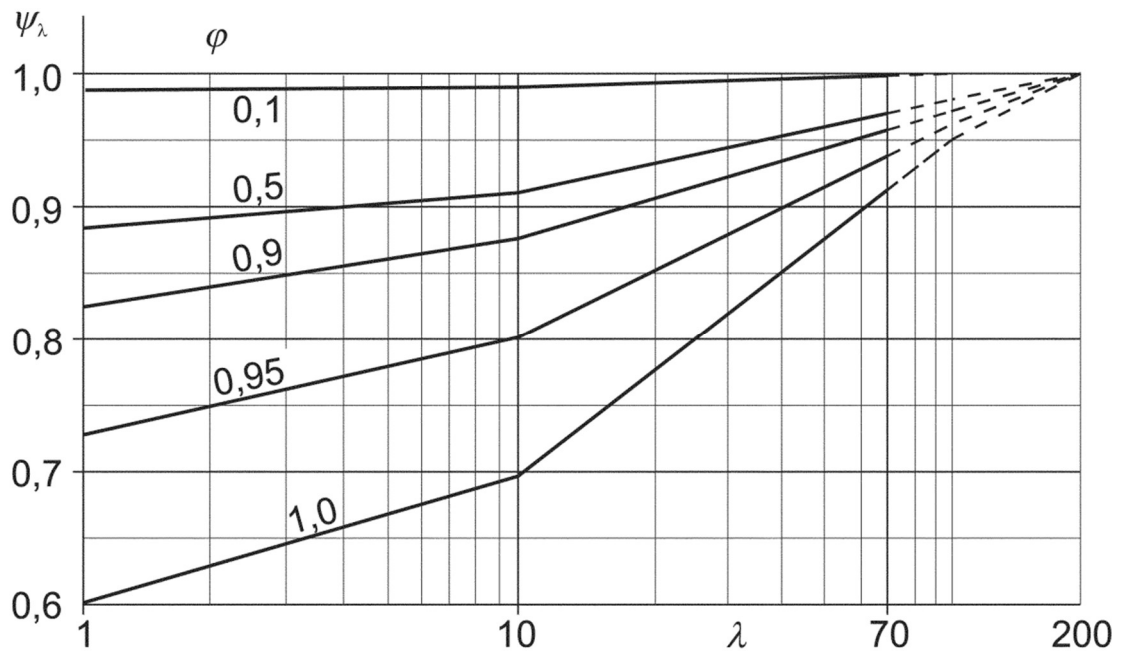
Kuva 5.3. Teräväsärmäisen poikkileikkauksen voimakertoimet (SFS-EN 1991-1-4 s. 114)

Pienennyskerroin $\psi_r = 1,0$ teräväsärmäisellä poikkileikkauksella, kun pyöristyssäteiden suhde leveyteen (r/b) on pieni (SFS-EN 1991-1-4 s. 114).

Päätevaikutuskerroin huomioi rakenteen hoikkuuden. Tehollinen hoikkuus saadaan, kun ensin interpoloidaan kaava (5.37) sopimaan korkeudelle 40 m. Tehollinen hoikkuus on perusmuodossaan

$$\lambda = \begin{cases} 2 \cdot \frac{h}{b}, & \text{kun } h < 15 \text{ m} \\ 1,4 \cdot \frac{h}{b}, & \text{kun } h > 50 \text{ m} \end{cases}, \text{ mutta } \lambda \leq 70. \quad (5.37)$$

Päätevaikutuskerroin luetaan alla olevasta kuvasta (Kuva 5.4) eheyskerroimen $\varphi = 1,0$ viivalta.



Kuva 5.4. Päätevaikutuskerroin (SFS-EN 1991-1-4 s. 140)

5.4 Tuulikuorma osapintapaineilla

Kokonaistuulikuorma voidaan laskea myös osapintojen tuulenpaineiden summana.

Ulkopuolisen pintakuorman summa on

$$F_{w,e} = c_s c_d \cdot \sum w_e \cdot A_{ref}, \quad (5.38)$$

missä $c_s c_d$ on rakennekerroin,

w_e on korkeudella z_e vaikuttava ulkopuolinen pintapaine [kPa] ja

A_{ref} on pinta-ala [m²].

Vastaavasti sisäpuolinen pintakuorman summa on

$$F_{w,e} = c_s c_d \cdot \sum w_i \cdot A_{ref}, \quad (5.39)$$

missä w_i on korkeudella z_i vaikuttava sisäpuolinen pintapaine [kPa].

Mitoitusta varten tarvitaan pintapaineet eri osapinnoille. Ulkopintoihin vaikuttava tuulenpaine lasketaan

$$w_e = q_p(z_e) \cdot c_{pe}, \quad (5.40)$$

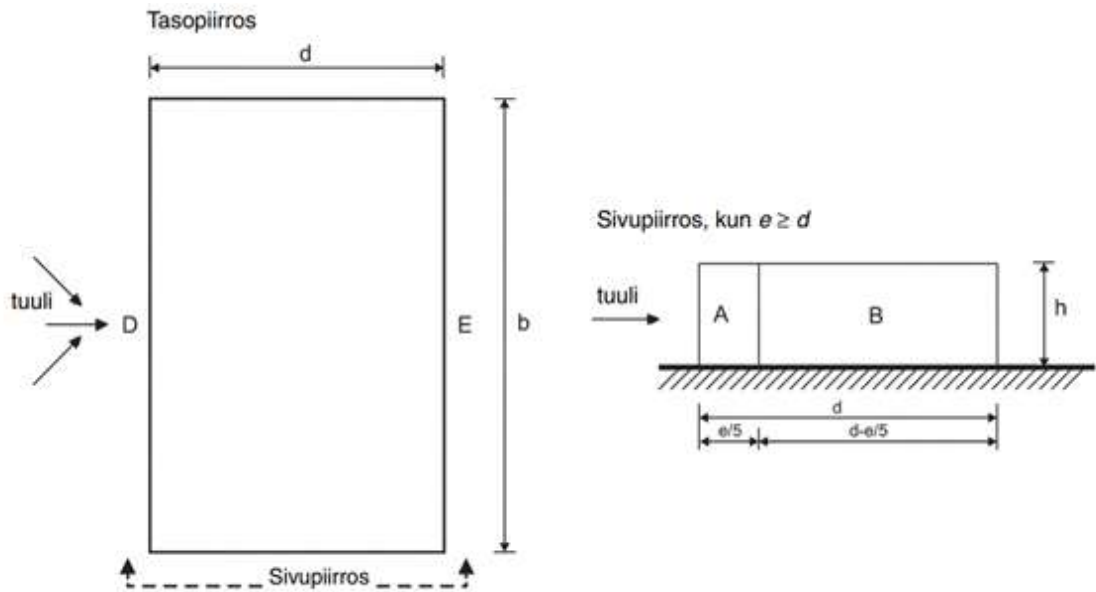
missä c_{pe} on ulkopinnan painekerroin ja
 z_e on ulkopuolinen nopeuspainekorkeus [m].

Puolestaan sisäpinnoille vaikuttava tuulenpaine lasketaan vastaavasti

$$w_i = q_p(z_i) \cdot c_{pi}, \quad (5.41)$$

missä c_{pi} on sisäpinnan painekerroin ja
 z_i on sisäpuolinen nopeuspainekorkeus [m].

Eurokoodissa pystyseinät voidaan jakaa vyöhykkeisiin ja laskea eri vyöhykkeille omat tuulenpaineet. Seinien jako vyöhykkeisiin on esitetty alla (Kuva 5.5).



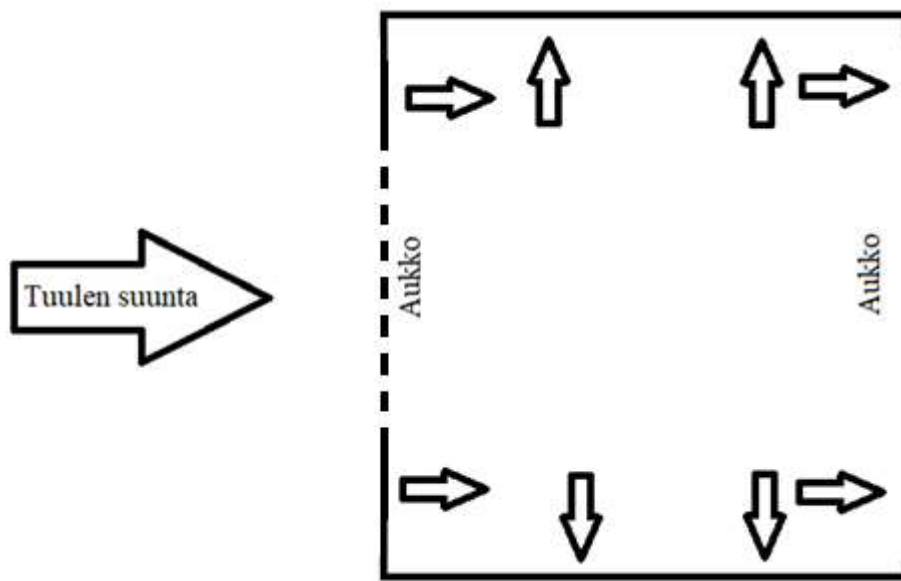
Kuva 5.5. Seinän vyöhykkeet $e=b$ (SFS-EN 1991-1-4 s. 62)

Vyöhykkeiden osapaineiden kertoimet saadaan taulukosta (Taulukko 5.1).

Taulukko 5.1. Vyöhykkeiden kertoimet (Mukaillen SFS-EN 1991-1-4 s. 62)

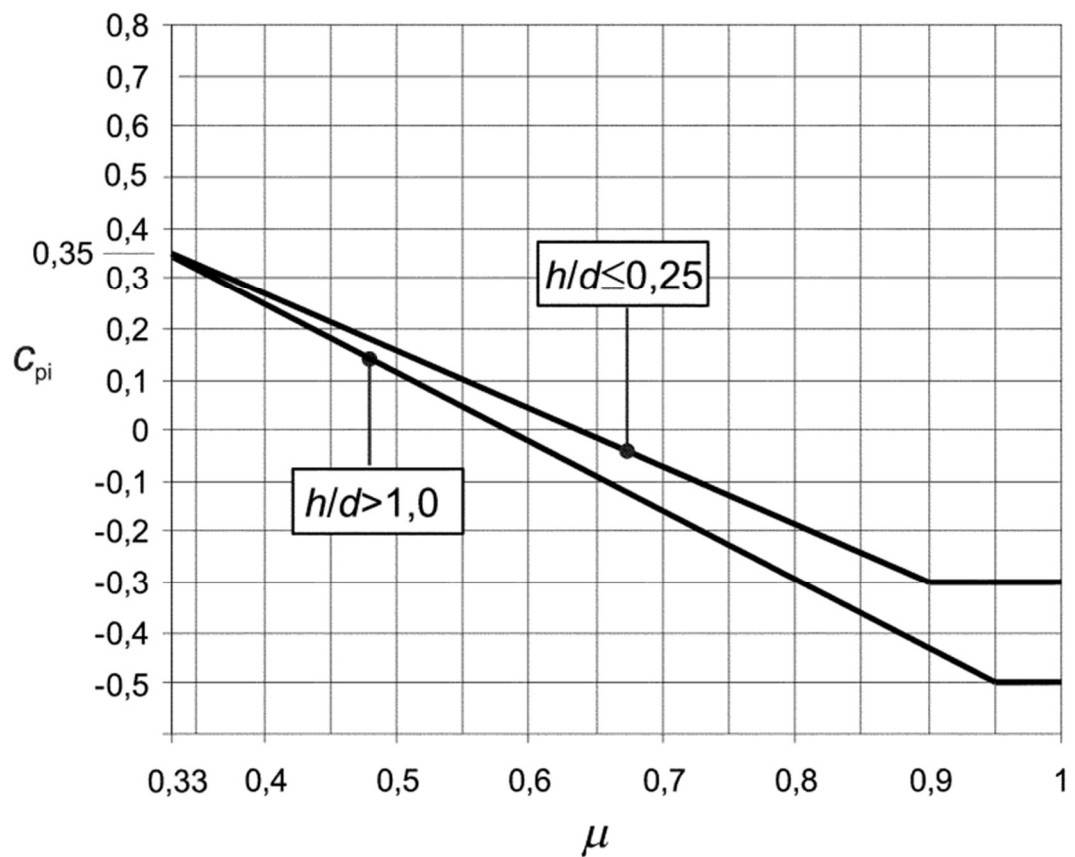
Vyöhyke	A	B	D	E
h/d	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,10}$
≥ 5	-1,2	-0,8	0,8	-0,7

Sisäpuolinen paine jakaantuu x-suuntaisella tuulella kuvan (Kuva 5.6) mukaisesti. Toiseen suuntaan tuullessa sisäpuolisten pintapaineiden resultantti on nolla.



Kuva 5.6. Sisäpuolisen paineen jakauma

Sisäpuolisen pintapaineen kerroin luetaan kuvasta (Kuva 5.7) viivalta $h/d > 1,0$.



Kuva 5.7. Sisäpuolisen paineen kerroin (SFS-EN 1991-1-4 s. 88)

Aukkosuhde saadaan aukkojen pinta-aloista

$$\mu = \frac{\sum \text{aukkojen pinta-ala, joiden kohdalla } c_{pe} \leq 0}{\sum \text{kaikkien aukkojen pinta-ala}}. \quad (5.42)$$

Harjakatolla z_e arvona käytetään korkeutta h . Kohteen katon kallistus on huomattavan suuri, n. 86° . Jyrkkyyden vuoksi käsitellään kattoa seinänä, sillä Eurokoodi antaa ohjeet mitoitukseen vain kallistuskulmalle 75° asti. Eurokoodissa katolle kohdistuva tuulikuorma on jaettu korkeuden suhteen kahteen osaan ja puuskanopeuspaine otetaan harjan korkeudelta. Tämä johtaa ylimitoitukseen, sillä räystääskorkeus on huomattavan matalalla harjakorkeuteen verrattuna.

5.5 Pyörreratailmiö

Eurokoodi SFS-EN 1991-1-4 liitteen E mukaisesti pyörreratailmiö tulee tutkia, jos

$$v_{\text{crit},i} \leq 1,25 \cdot v_m, \quad (5.43)$$

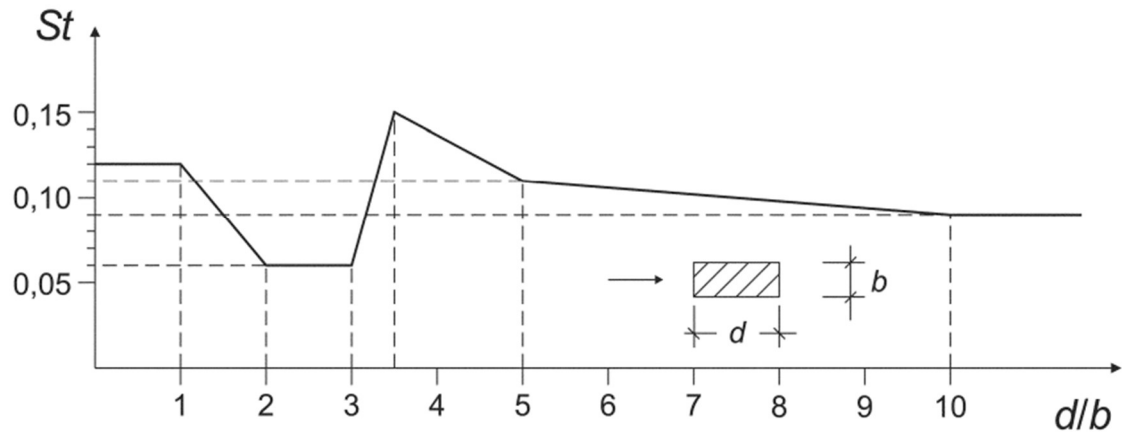
missä $v_{\text{crit},i}$ on ominaismuotoa i vastaava kriittinen tuulennopeus [m/s] ja v_m on modifioitu tuulennopeuden perusarvo tarkastelukorkeudella [m/s].

Kriittinen tuulennopeus, jolloin pyörreratoja muodostuu, on seuraava

$$v_{\text{crit},i} = \frac{b \cdot n_i}{St}, \quad (5.44)$$

missä b on tarkastelukohdan vertailuleveys [m],
 n_i on ominaistajuus tuulta kohtisuorassa suunnassa värähtelylle [Hz] ja
 St on Strouhalin luku tarkastelukohdassa.

Strouhalin luku voidaan arvioida seuraavasta kuvasta (Kuva 5.8).



Kuva 5.8. Strouhalin lukuja terävsärmäiselle suorakaiteelle (SFS-EN 1991-1-4 s. 202)

Tapulin poikkileikkaus on alhaalta neliömäinen ja kapenee kiilamaisesti ylöspäin. Suhde d/b on alhaalla $4,4 \text{ m} / 4,7 \text{ m} = 0,9$ ja kasvaa $4,4 \text{ m} / 30 \text{ cm} = 14,7$. Strouhalin luku liikkuu 0,06 ja 0,15 välillä yllä olevan kuvan (Kuva 5.8) mukaisesti.

Rakenteen värähtelyalttius ilmaistaan Scrutonin luvun avulla. Scrutonin luku huomioi rakenteen sisäisen vaimennuksen ja rakennuksen massan suhteen virtaavan fluidin massa. Scrutonin luku lasketaan kaavalla

$$Sc = \frac{2 \cdot \delta_s \cdot m_e}{\rho \cdot b^2} \quad (5.45)$$

missä δ_s on sisäisen vaimennuksen logaritminen dekrementti,
 m_e on ekvivalentti massa pituusyksikköä kohti $[\text{kg}/\text{m}]$,
 ρ on ilman tiheys pyörerratailmiön yhteydessä $[\text{kg}/\text{m}^3]$ ja
 b on tarkastelukohdan poikkileikkauksen vertailuleveys $[\text{m}]$.

Eurokoodissa pyörerratailmiön aiheuttama voima F_w korkeudella z lasketaan

$$F_w(z) = m(z) \cdot (2\pi \cdot n_i)^2 \cdot \Phi_i(z) \cdot y_{F,\max}, \quad (5.46)$$

missä m on rakenteen värähtelevä massa kohti pituusyksikköä $[\text{kg}/\text{m}]$,
 n_i on i :s ominaistajuuus tuulelle poikittaiseen suuntaan $[\text{Hz}]$,

Φ_i on rakenteen normalisoitu ominaismuoto ja

$y_{F,max}$ on suurin todellinen siirtymä kohdassa, jossa $\phi_{i,y}(z) = 1$ [m].

Eurokoodin kansallinen liite suosittelee käyttämään menettelytapaa 2, sillä se huomioi vahvistusvaikutuksen laminaarisesta ilmavirtauksesta. Suurimman siirtymän ominaisarvo maston kärjessä

$$y_{max} = \sigma_y \cdot k_p, \quad (5.47)$$

missä σ_y on tuulta kohtisuoran siirtymän keskihajonta [mm] ja
 k_p on huippuarvokerroin.

Tuulen suuntaa kohtisuorassa oleva siirtymän keskihajonta lasketaan kaavalla

$$\frac{\sigma_y}{b} = \frac{1}{St^2} \cdot \frac{C_c}{\sqrt{\frac{Sc}{4\pi} - K_a \cdot \left(1 - \left(\frac{\sigma_y}{b \cdot a_L}\right)^2\right)}} \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot b^2}{m_e}} \cdot \sqrt{\frac{b}{h}}, \quad (5.48)$$

missä C_c on poikkileikkauksen muodosta riippuva aerodynaaminen vakio,
 K_a on aerodynaamisen vaimennuksen vakio,
 a_L on normalisoitu raja-amplitudi,
 Sc on Scrutonin luku,
 St on Strouhalin luku,
 ρ on ilman tiheys $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$,
 m_e on tehollinen massa pituusyksikköä kohti $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$,
 h on rakennuksen korkeus [m] ja
 b on rakennuksen leveys suurimpien siirtymien kohdalla [m].

Yhtälö (5.48) on keskihajonnan suhteen ratkaistussa muodossa

$$\sigma_y = b \cdot \sqrt{\frac{a_L^2}{2} \left(1 - \frac{Sc}{4\pi \cdot K_a}\right) + \sqrt{\left(\frac{a_L^2}{2} \left(1 - \frac{Sc}{4\pi \cdot K_a}\right)\right)^2 + \frac{\rho \cdot b^2}{m_e} \cdot \frac{a_L^2}{K_a} \cdot \frac{C_c^2}{St^4} \cdot \frac{b}{h}}} \quad (5.49)$$

Huippuarvokerroin lasketaan seuraavalla tavalla

$$k_p = \sqrt{2} \cdot \left[1 + 1,2 \cdot \arctan \left(0,75 \cdot \left(\frac{Sc}{4\pi \cdot K_a} \right)^4 \right) \right]. \quad (5.50)$$

Vakioille C_c , K_a ja a_L Eurokoodi antaa arvot vain ympyrä- tai neliöpoikkileikkauksille. Laskuissa käytettiin neliön mallisen poikkileikkauksen arvoja, sillä ne kuvaavat rakennusta tarpeellisella tarkkuudella.

Kiihtyvyys tuulta poikittaiseen suuntaan saadaan siirtymistä ja ominaistaajuudesta

$$a_y = y_{\max} \cdot 2\pi \cdot n_1. \quad (5.51)$$

Kuormitusjaksojen määrä vaikuttaa rakenteen väsymismurtuman arvioimiseen. Jaksojen määrä lasketaan

$$N = 2 \cdot T \cdot n_i \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{v_{\text{crit}}}{v_0} \right)^2 \cdot e^{-\frac{v_{\text{crit}}}{v_0}}, \quad (5.52)$$

missä T on käyttöikä sekunteina, mikä on $3,2 \cdot 10^7$ kertaa käyttöikä vuosina [s],
 n_i on tuulensuuntaan poikittaisen värähtelyn taajuus [Hz],
 ε_0 on kaistanleveyskerroin, $0,1 \leq \varepsilon_0 \leq 0,3$,
 v_{crit} on kriittinen tuulennopeus [m/s] ja
 v_0 on $\sqrt{2}$ kertaa Weibull-todennäköisyysjakauman huippuarvo [m/s].

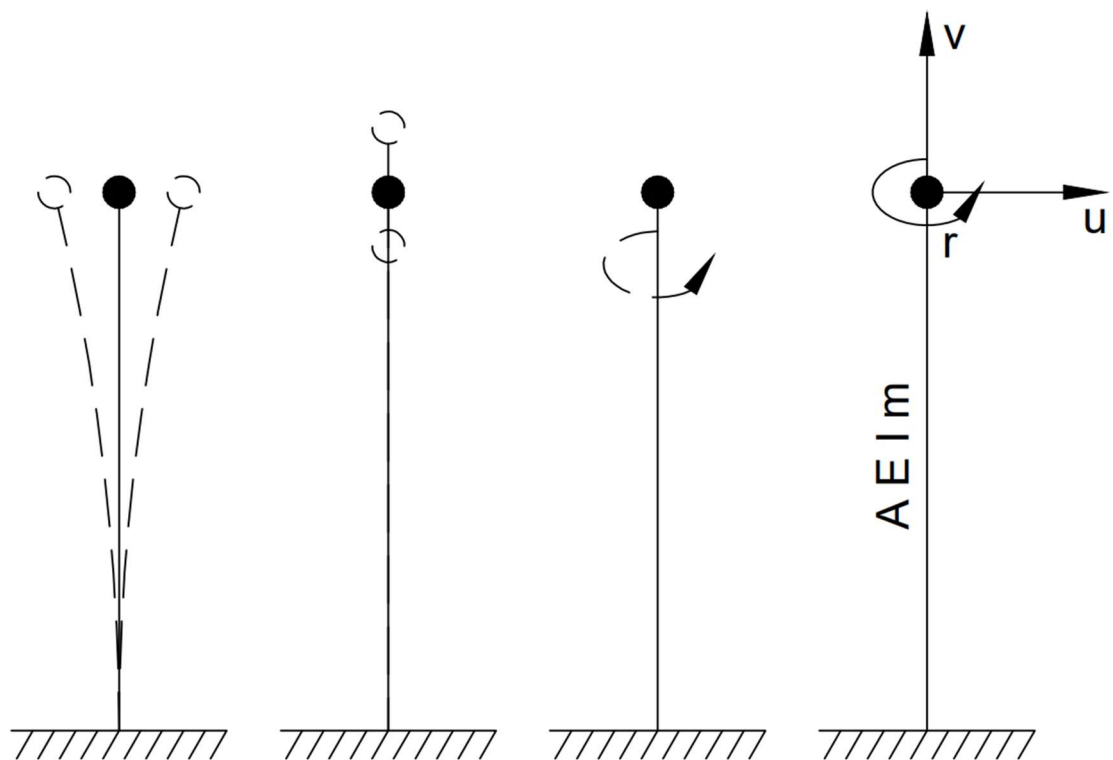
Eurokoodin antama suositusarvo kuormitusjaksojen määrälle on $N \geq 10^4$.

6 TARKENNETTU RAKENNEANALYYSI

Tässä luvussa tehdään vertailulaskenta kellotapulin alkuperäiselle mitoitukselle ja Eurokoodin mukaiselle dynaamiselle mitoitukselle. Vertailutuloksia lasketaan värähtelyominaisuuksille, staattiselle ja dynaamiselle taipumalle sekä kuormitukselle.

6.1 Idealiulokepalkki

Rakennuksia voidaan approksimoida elastisesti tuetulla, osittain jäykällä ulokepalkilla (Viswanath et al. 1997, s. 147). Ekvivalenttisella palkilla on jakautunut massa sekä vakio poikkileikkaus, kimmokerroin ja jäyhyys (Kuva 6.1). Ominaisaajuuden laskemiseen käytettiin kolmea yhden vapausasteen värähtelijää. Koska rakennus värähtelee useilla ominaismuodoilla samanaikaisesti itsenäisesti, voidaan eri suunnat huomioida erikseen.



Kuva 6.1. Yhden vapausasteen värähtelijä (Mukaillen Kappos 2002, s. 32)

6.2 Ulokepalkin jousivakiot

Koska kellotapuli on lähes ideaalinen ulokepalkki, voidaan hakea kirjallisuudesta ulokepalkin värähtelyominaisuudet. Jousivakiot ulokepalkille yllä oleville suunnille (Kuva 6.1) ovat (Deraemaeker 2019, s. 44–45)

$$k_u = \frac{3EI}{L^3}, \quad (6.1)$$

$$k_v = \frac{AE}{L} \text{ ja} \quad (6.2)$$

$$k_r = \frac{GJ}{L}, \quad (6.3)$$

missä G on leikkausmoduuli [GPa],
 J on polaarinen hitausmomentti [mm⁴] ja
 L on palkin pituus [m].

Materiaalivakio leikkausmoduuli saadaan kimmomoduulista ja Poissonin vakioista

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (6.4)$$

missä E on kimmomoduuli [GPa] ja
 ν on Poissonin vakio (teräkselle 0,3).

Polaarinen jäyhyysmomentti saadaan tason jäyhyysmomenttien summana

$$J = I_x + I_y. \quad (6.5)$$

missä I_i on jäyhyysmomentti suunnissa x ja y [mm⁴].

Jousivakiot palkille, jonka jäyhyysmomentti on tiedossa, saadaan aiemmin esitetyistä kaavoista (6.1), (6.2) ja (6.3). Jousivakio voidaan laskea myös tunnetusta ominaistaajuudesta. Jousivakion suhde ominaistaajuuteen on

$$k = (2 \cdot \pi \cdot n_i)^2 \cdot m_{\text{tot}}. \quad (6.6)$$

6.3 Ominaistaajuus

Ominaistaajuus jousisysteemille saadaan jousivakiosta ja värähtelevästä massasta

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (6.7)$$

missä k on jousivakio [N/m] ja
 m on kokonaismassa [kg].

Ominaistaajuus ulokepalkin kiertymälle

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_r}{J_M}}, \quad (6.8)$$

missä J_M on polaarinen hitausmomentti [kgm^2].

Kappos esittää jatkuvalle ulokepalkin ominaiskulmataajuudelle numeerisen likiarvoratkaisun (Kappos 2002, s. 59). Ideaaliselle ulokepalkille saadaan likimääräinen ominaiskulmataajuus

$$\omega_1 = \frac{(0,597\pi)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \text{ ja} \quad (6.9)$$

$$\omega_i = \frac{\left(i - \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \text{ kun } i > 1, \quad (6.10)$$

missä L on palkin pituus [m]
 E on kimmomoduuli [GPa],
 I on jäyhyysmomentti [mm^4],

i on ominaismuodon järjestysnumero ja
 m on kokonaismassa [kg].

Kapposin esittämät kaavat (6.9) ja (6.10) eivät huomioi massan tai jäyhyyden epätasaista jakautumista, joten ne eivät täysin vastaa kellotapulien todellista ominaistajuuksia.

6.4 Ominaismuodot

Jatkuvalla ulokepalkilla on rajaton määrä harmonisia ominaistajuuksia. Kolmelle ensimmäiselle ominaismuodolle esitetään numeerinen approksimaatio (Kappos 2002, s. 58)

$$\Phi(x) = \left(\frac{a}{b}\right)_n (\sinh(\alpha_n x) - \sin(\alpha_n x)) + \cosh(\alpha_n x) - \cos(\alpha_n x), \quad (6.11)$$

missä $\left(\frac{a}{b}\right)_n$ on kerroin n :lle ominaismuodolle ja
 α_n on ominaiskulmataajuudesta n riippuva vakio.

Kaavalle tarvittavat kertoimet saadaan taulukosta (Taulukko 6.1).

Taulukko 6.1. Ominaismuotokerroin (Mukaillen Kappos 2002, s. 58)

Ominaismuoto	$\left(\frac{a}{b}\right)_n$
1	-0,7341
2	-1,0184
3	-0,9992

Ominaiskulmataajuudelle n sopiva vakio lasketaan

$$\alpha_n = \sqrt[4]{\frac{m \cdot \omega_n^2}{EI}}. \quad (6.12)$$

missä m on massa pituusyksikköä kohti $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$.

6.5 Taipuma

Ulokepalkin taipuma saadaan laskettua analyytisesti differentiaaliyhtälöillä. Suunta x alkaa palkin tuetusta päästä ja kulkee palkin keskilinjaa pitkin. Taipuman sovitaan olevan positiivista, sillä vain taipuman suuruudella on merkitystä. Viivakuormaa approksimoidaan lineaarisesti jakautuneella kuormalla. Ulokepalkin kimmoviivan differentiaaliyhtälö on

$$v''(x) = \frac{M_t(x)}{E \cdot I}, \quad (6.13)$$

missä M_t on momentti kohdassa x [kNm],
 E on palkin kimmomoduuli [GPa] ja
 I on palkin jäyhyysmomentti [mm⁴].

Integroimalla kimmoviivan differentiaaliyhtälö saadaan palkin kiertymä tasossa

$$\int v''(x) dx = v'(x) + C_1, \quad (6.14)$$

missä C_1 on integroimisvakio.

Edelleen integroituna saadaan palkin taipumaviiva

$$\int (v'(x) + C_1) dx = v(x) + C_1x + C_2, \quad (6.15)$$

missä C_2 on integroimisvakio [mm].

Integroimisvakiot ratkaistaan tuennasta johtuvista reunaehdoista. Jäykkä tuki estää kiertymän ja taipuman palkin päässä, jolloin $v'(0) = 0$ ja $v(0) = 0$.

Palkin pään rotaatio pituusakselin ympäri (Engineering library 2021)

$$\theta = \frac{M_r \cdot h}{\beta \cdot d \cdot b^3 \cdot G}, \quad (6.16)$$

missä M_r on momentti [kNm],
 β on kerroin suorakaidepalkille ja
 G on leikkausmoduuli [GPa].

6.6 FEM-mallinnus

Tapulin tuulen vastetta mallinnettiin eri FEM-ohjelmilla. Ohjelmat valittiin saatavuuden sekä ominaisuuksien perusteella. FEM-mallinnuksessa käytettiin erilaisia elementtiverkotuksia niiden sopivuuden perusteella ja varmistamaan FEM-mallinnuksen tuloksia. FEM-mallinnusta käytettiin myös ilman virtausmallinnukseen.

6.7 Robot Structural Analysis

Tapulista luotiin FEM-malli Autodesk Robot Structural Analysis -ohjelmalla (RSA). Tässä mallissa käytettiin ensimmäisen asteen kahden solmupisteen palkkielementtejä. Elementit ovat tasapaksuja ja niillä on vapausasteita molemmissa päissä. Palkkielementeillä on taivutusjäykkyyttä ja ne kulkevat rakenteen palkkien sekä sauvojen keskilinjalla. Elementit toimivat ristikkorakenteessa hyvin taipumien osalta, mutta ominaistajuutta varten tehdään lisätarkastelu toisella FEM-ohjelmalla. RSA-mallissa käytettiin palkkielementtejä kauttaaltaan, sillä malli oli pieni. Ristikoiden diagonaalisauvat olivat puhtaasti sauvoja, joten ne olisi voitu taipumien tapauksessa laskentatehokkuuden optimoimiseksi mallintaa sauvaelementeillä. Tähän ei ollut tarvetta, sillä malli oli kohtalaisen pieni. Elementtejä oli mallissa noin 150 kappaletta, laskentapisteitä 50 kappaletta ja vapausasteita noin 300.

RSA-ohjelmalla ominaistajuudet laskettiin numeerisella modaalianalyysillä. Ominaisuuksista ratkaistiin kymmenen alinta, jotta löydettiin jokaisen pääsuunnan alin värähtelymuoto. Eri pääsuuntien poikkeavien jäykkyyksien vuoksi kaikkien pääsuuntien alimmat ominaistajuus eivät ole välttämättä kokonaisuuden alimmat taajuudet. Vähiten jäykän suunnan ominaistajuuksia voi olla useampi ennen jäykemmän suunnan ominaistajuuksia.

Kuormituksena käytettiin Eurokoodin mukaisesti laskettuja tuulikuormia. Vertailuksi käytettiin RSA-ohjelman tuulisimulaatiota simuloimaan tuulikuorman jakautumista ja

suuruutta. Tuulisimulaatioon syötettiin Eurokoodin mukainen puuskanopeuspaine ja nopeusgradientti korkeuden suhteen. Simulaation painejakaumaa verrataan Eurokoodin antamiin osapintojen paineisiin.

Vaimennukseksi asetettiin Eurokoodin mukaisesti laskettu kokonaisvaimennus, sillä se huomioi ilmanvastuksen vaikutuksen. Kokonaisvaimennus annettiin kahdelle alimmalle ominaistaajuudelle erikseen, sillä ilmanvaimennus riippui värähtelysuunnasta ja Scrutonin luvusta.

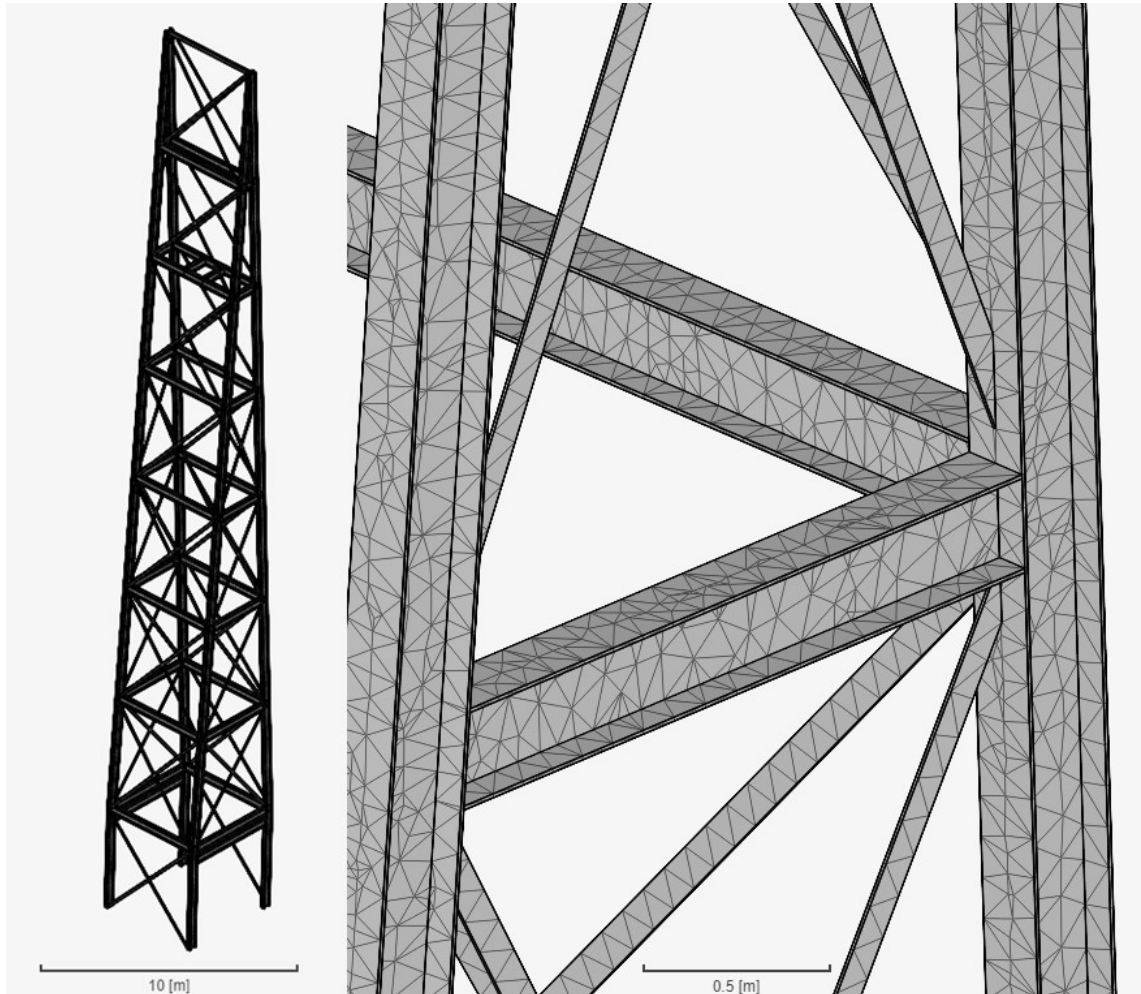
Dynaaminen mitoitus tehtiin aikahistoria-analyysillä, jossa kerrottiin yhden ja sadan vuoden toistumalla olevaa tuulikuormaa Weibull-jakauman mukaisilla kertoimilla. Kymmenen sekunnin Weibull-jakauma luotiin Excel-ohjelmalla ja kertoimet luettiin RSA-ohjelmaan.

Aikahistoria-analyysissä käytettiin modifioitua tuulennopeuden perusarvoa, sillä puuskaisuus huomioidaan Weibull-jakaumasta tehdyllä kuormitushistorialla. Weibull-kertoimien keskiarvo oli 0,93 ja vaihteli 0,15 ja 2,07 välillä (Kuva 3.10). Eurokoodin puuskaisuutta kuvaava altistuskerroin c_e vaihtelee korkeuden suhteen 2,0 ja 3,3 välillä (Kuva 5.1). Weibull-kertoimet ovat siis altistuskerrointa pienempiä, eli kuorma on staattista tapausta pienempi.

Aikahistoria-analyysiä käytettiin myös tuulen pyörreratailmiön kuormituksen vasteen laskentaan. Pyörreratailmiön analyysissä malliin asetettiin pyörteitä muodostanut tuulennopeus vakioksi ja CFD-simulaation kuormitushistoria.

6.8 SimScale

Koska RSA-mallissa käytettiin ensimmäisen asteen palkkielementtejä, varmistetaan ominaistaajuudet tarkemmalla 3d-solidi -mallilla. 3d-solidi -mallilla rakenteen massaa ja liitoksia kuvataan todenmukaisemmin. Tapulista luotiin malli SimScale-ohjelmalla. SimScale-ohjelmalla käytettiin ensimmäisen asteen solidielementtejä, joissa on neljä solmupistettä, yksi jokaisessa tetraedrin kulmassa. Tämä malli kuvaa paremmin rakennetta, mutta on laskennallisesti raskaampi. Elementtejä oli mallissa noin 180 tuhatta ja solmupisteitä 65 tuhatta. Vapausasteita oli täten yli 300 tuhatta.

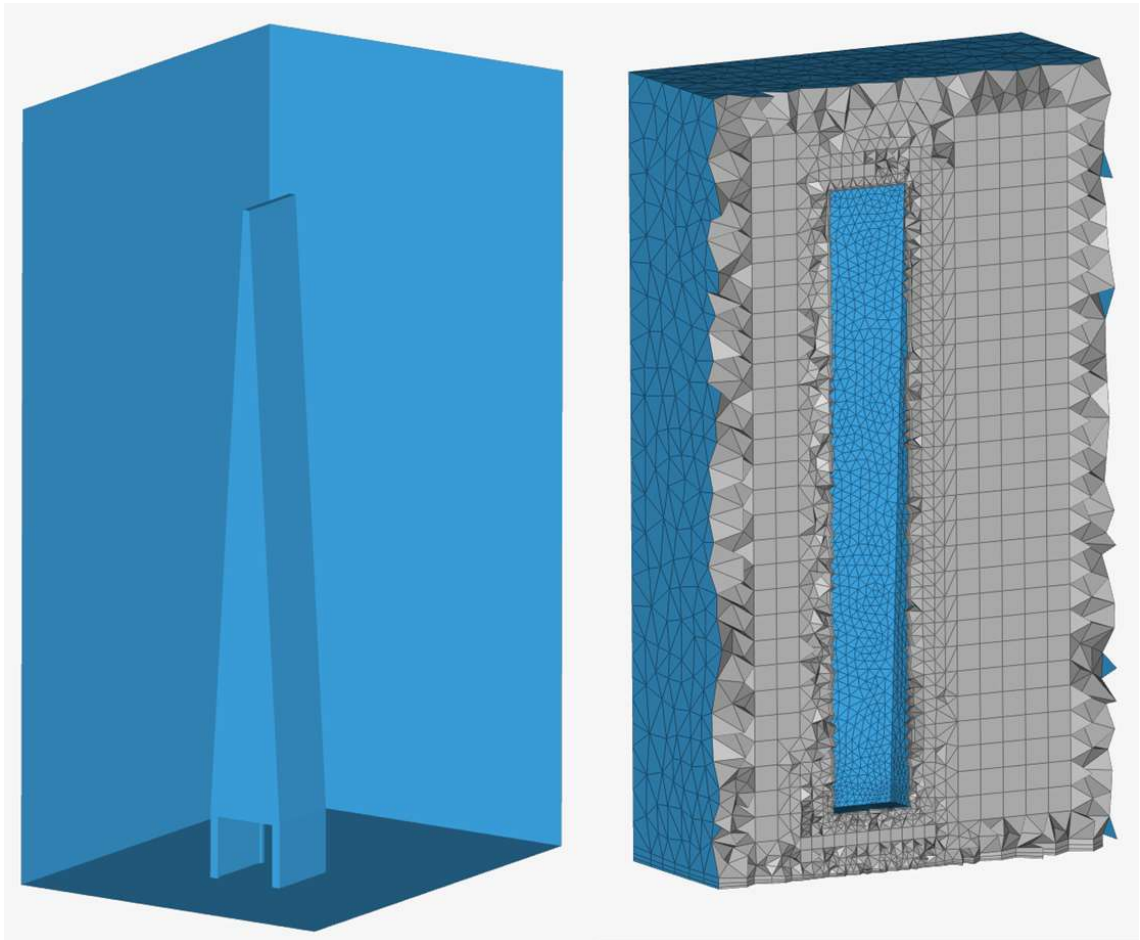


Kuva 6.2. SimScale-malli

6.9 CFD

Tapulista luotiin CFD-malli SimScale-ohjelmistolla. Virtuaalisella tuulitunnelilla käytettiin ensimmäisen asteen tetra- ja kuutioelementtejä. Virtausmallinnuksen tavoitteena oli mitoittamaa pyörreratailmiön vaakakuormia ja etsiä pyörteiden irtoamistaajuuudet.

Virtuaalisen tuulitunnelin sivun mitat olivat 20 m *25 m *45 m. Tunnelin kolmelle seinälle asetettiin slip-reunaehto, etuseinälle tuuli ja takaseinän ilman paineeksi nolla sekä muille pinnoille oletus no-slip-reunaehto. Slip-reunaehto kuvaa tunnelin ei-rajattua seinää, jolloin ilman liike ei hidastu näillä seinillä. Nollapaineseinä toimii ilman poistumissuuntana. No-slip-reunaehto estää ilman liukumisen pinnoilla.



Kuva 6.3. Simscale CFD-malli ja verkotus

CFD-mallinnuksessa käytettiin tuulennopeuksina $25,0 \text{ m/s}$ ja $26,5 \text{ m/s}$. Nopeudet valikoituivat irtoamistaajuuksien perusteella (Kuva 3.9). Matalampi nopeus on pitkän tasaisen jakson korkeudella oleva tuulennopeus ja suurempi tuulennopeus vastaa tapulin ominaistaajuutta. Tuulennopeutena käytetään tuulen keskinopeutta, sillä tuulenpuuskat ovat liian lyhytaikaisia aiheuttamaan pyörreratailmiötä. Puuskat voivat aiheuttaa yksittäisiä pyörteitä, mutta silloin pyörreratailmiön kuorman harmonisuus ei toteudu.

7 TULOKSET

Tuloksissa käytetty x-suunta on kapenevan seinän normaali, y-suunta on x-akselia kohtisuorassa ja z-suunta on korkeus. ASCE-lyhenteellä tarkoitetaan American Society of Civil Engineers -liiton kirjaa: Monograph on Planning and design of tall buildings Gaylord et al. 1979. Kapposilla tarkoitetaan laskentatapaa kirjasta Dynamic loading and design of structures Kappos 2002.

7.1 Ominaistaajuuudet

Eri menetelmillä saadut kellotapulin ominaistaajuuudet on lueteltu taulukossa (Taulukko 7.1). Ominaistaajuuksista on ilmoitettu jokaiselle pääsuunnalle alin taajuus.

Taulukko 7.1. Alimmat pääsuuntien ominaistaajuuudet

Eurokoodi	$n_{1,x} = 1,08 \text{ Hz}$ $n_{1,y} = 0,75 \text{ Hz}$
Ulokepalkin jousivakioista	$n_{1,x} = 1,35 \text{ Hz}$ $n_{1,y} = 1,00 \text{ Hz}$ $n_{1,r} = 8,278 \text{ Hz}$
ASCE	$n_{1,x} = 2,84 \text{ Hz}$ $n_{1,y} = 2,65 \text{ Hz}$
Kappos	$n_{1,x} = 3,05 \text{ Hz}$ $n_{1,y} = 2,25 \text{ Hz}$
Robot Structural Analysis	$n_{1,x} = 2,82 \text{ Hz}$ $n_{1,y} = 2,37 \text{ Hz}$ $n_{1,r} = 5,53 \text{ Hz}$
SimScale	$n_{1,x} = 2,81 \text{ Hz}$ $n_{1,y} = 2,36 \text{ Hz}$ $n_{1,r} = 6,44 \text{ Hz}$

Taulukon ominaistajuuksista nähdään, että eri arviointitavat poikkeavat toisistaan systemaattisesti. Matalimmat ominaistajuuDET tulevat Eurokoodin ohjeiden mukaan lasketuista sekä ekvivalentilta ulokepalkilta. Molemmat laskentatavat perustuvat yksimassaisen ulokkeen taipumaan ja vastaavat siksi toisiaan. ASCE:n ohjeiden mukainen ja Kapposin esittämä menetelmä vastaavat FEM-laskennan tuloksia paremmin.

Kiertymän ominaistajuus jäi kaikissa laskentatavoissa erisuuriksi, mutta kaikkien taajuus on vaarallisimman taajuusalueen ulkopuolella. FEM-laskennan tulokset ovat luotettavimpia, sillä ne huomioivat tapulin geometrian ja jäyhyyden parhaiten ja tulivat lähes samoihin tuloksiin eri ratkaisumenetelmillä korkeammillakin taajuuksilla (Taulukko 7.2). Myös Kapposin ja ASCE:n menetelmät vastasivat FEM-mallinnusta.

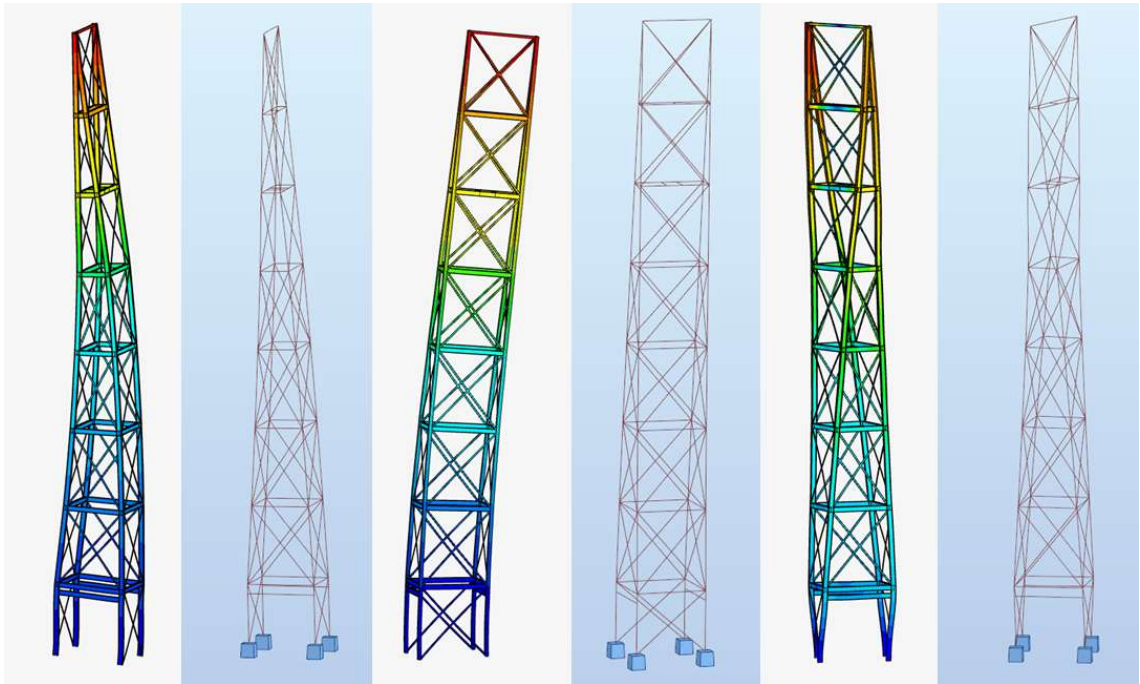
Taulukko 7.2. FEM-laskennan alimpia ominaistajuuksia

	1	2	3	4	5	6	7
SimScale	2,36 Hz	2,81 Hz	6,24 Hz	6,44 Hz	10,8 Hz	11,2 Hz	14,2 Hz
RSA	2,37 Hz	2,82 Hz	5,53 Hz	6,44 Hz	9,4 Hz	10,5 Hz	10,8 Hz

Ominaistajuuksissa esiintyy odotetusti hajontaa korkeammilla taajuuksilla. Numeerinen FEM-laskenta selkeästi erilaisilla elementtiverkoilla tuottaa poikkeavia tuloksia ja näistä värähtelymuodoista suunnittelijan tulee valita todennäköisimmät. Tulokset korkeammista muodoista eivät ole täysin luotettavia ja näiden muotojen osuus todellisen rakenteen värähtelystä jää pieneksi.

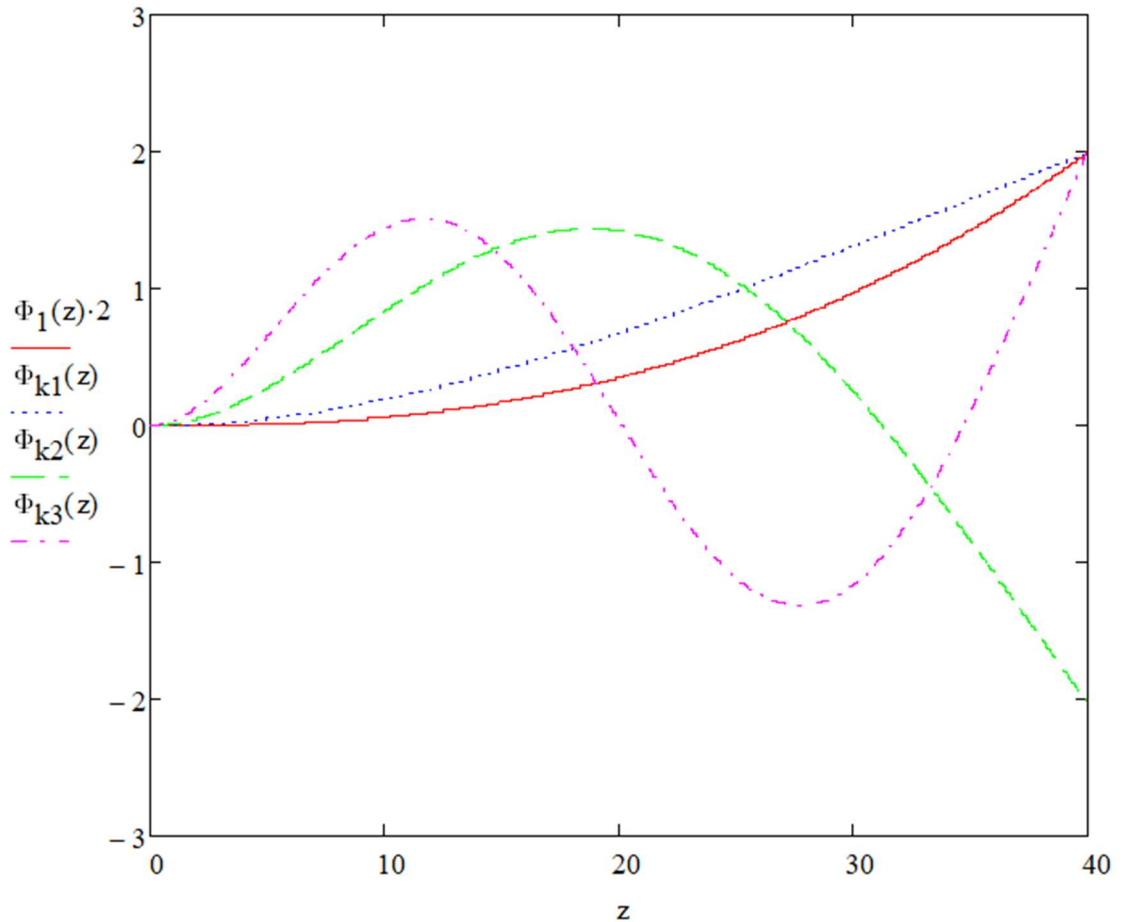
7.2 Oinaismuodot

FEM-mallien alimmat ominaistajuuDET ja ominaismuodot vastasivat toisiaan hyvin (Kuva 7.1). Värähtelymuodot vastaavat myös teoreettista ulokepalkin alinta värähtelymuotoa (Kuva 7.2).



Kuva 7.1. Kolmen pääsuunnan alin ominaismuoto FEM-ohjelmista

Alla (Kuva 7.2) on esitetty Eurokoodin sekä Kapposin mukaisesti lasketut ominaismuodot. Alin muoto on samankaltainen molemmissa, mutta Kapposin mukaisessa ominaismuodossa kiertymä on lineaarisempaa. Eurokoodin ominaismuoto vastaa FEM-laskennan tuloksia paremmin.

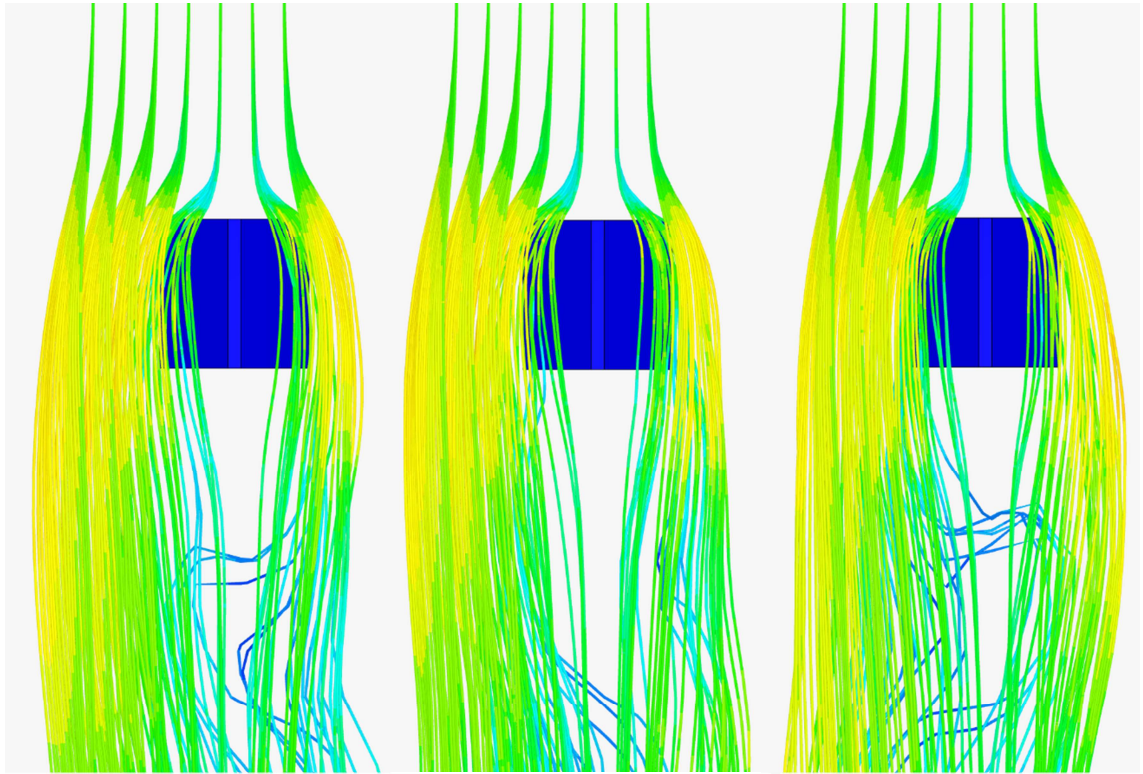


Kuva 7.2. Jatkuvan ulokepalkin kolme alinta ominaismuotoa

7.3 Pyörreratailmiö

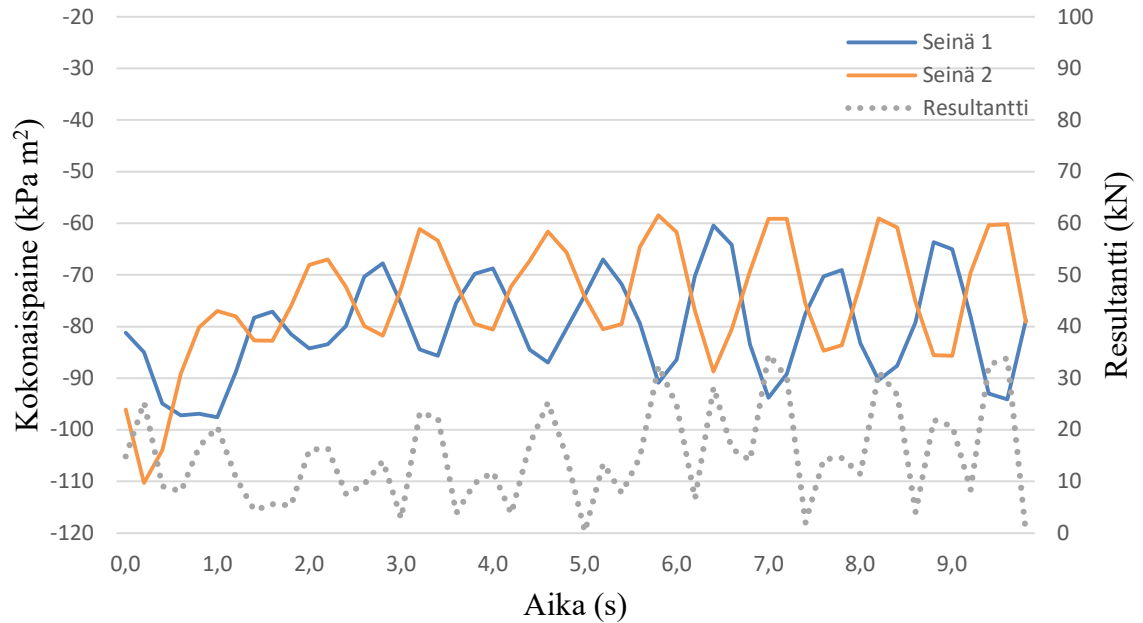
Kellotapulien pyörreratailmiön aiheuttama vaakakuorma ja kiihtyvyys jäivät Eurokoodin mukaisissa laskuissa merkityksettömiksi. Mitoitus ei kuitenkaan herätä luottamusta, joten tulokset tulee varmistaa tarkemmilla keinoilla. Käyttämällä FEM-mallinnettua ominaistaajuutta vaakakuorman resultantti on CFD-tuloksia vastaava. Kuorma on tällöin resonanssissa rakennuksen kanssa, mutta Eurokoodi ei huomioi onko tilanne todella mahdollinen.

CFD-mallinnuksessa pyörteiden irtoamistaajuus oli 25 m/s nopeudella 1,4 Hz ja 26,5 m/s nopeudella 1,5 Hz. Pyörteiden irtoamismekaniikka nähdään alla (Kuva 7.3).



Kuva 7.3. Pyörreratailmiö CFD-mallissa $26,5 \text{ m/s}$ nopeudella

Pyörreratailmiön aiheuttama vaakakuorma on eri seinien pintapaineiden erotus, joka nähdään alla (Kuva 7.4). Vaakakuorman resultantin amplitudi oli noin 10–30 kN ja taajuus kaksinkertainen pyörteiden irtoamistaajuudesta noin 1,6 Hz. Kuorma on kuitenkin huomattavasti suurempi, kuin Eurokoodin ohjeiden mukaan laskettu (noin 1,3 kN). Kuitenkin Eurokoodin pyörreratailmiön kaavaan sijoittamalla simuloitu irtoamistaajuus, tulee vaakakuormaksi noin 5 kN, joka ei vastaa CFD-tuloksia. Eurokoodin arvio jää selkeästi pieneksi eikä ole luotettava tapa arvioida pyörreratailmiötä.



Kuva 7.4. Pyörreratailmiön vaakakuorma 26,5 m/s nopeudella

Pyörteiden irtoamistaajuus vastasi Taranathin esittämällä kaavalla (3.1) laskettua 25 m/s tuulennopeudella. CFD-mallinnuksessa korkeammalla tuulen nopeudella irtoamistaajuus ei noussut odotettua määrää (Taulukko 7.3). Kiilamaisuuden vaikutus huomataan tuulisimulaatiossa pyörteiden irtoamistaajuuksista. Pyörteet irtosivat helpoiten kuvan (Kuva 3.9) ennustamalta taajuusalueelta. Pyörreratailmiön resonanssitilanne vältetään todellisella tuulella, sillä pyörteet irtoavat suuremmalta alueelta alemmalla taajuudella.

Taulukko 7.3. Pyörteiden irtoamistaajuus

Tuulennopeus	CFD-malli	Laskettu
25 m/s	puolittain 0,74 Hz resultantti 1,47 Hz	puolittain 0,73 Hz resultantti 1,46 Hz
26,5 m/s	puolittain 0,82 Hz resultantti 1,56 Hz	puolittain 1,19 Hz resultantti 2,37 Hz

7.4 Staattinen taipuma

Staattinen taipuma laskettiin käsin ideaalipalkille ja kellotapulille FEM-laskennalla. Alla on esitetty lasketut taipumat taulukoituna (Taulukko 7.4). Ideaalipalkilla käytettiin Eurokoodin mukaista rakenteen kokonaistuulikuormaa. Numeerisessa FEM-

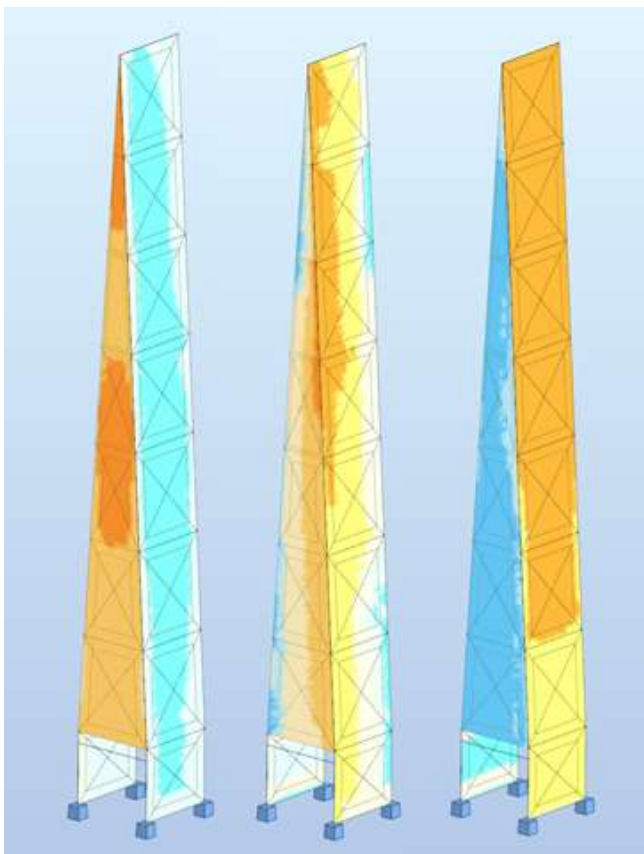
mitoituksessa käytettiin Eurokoodin mukaisia osapintapaineita ja RSA:lla simuloitua tuulta. Mitoitus tehtiin käyttörajatilan kuormilla ja murtorajatilassa.

Staattiset taipumat vastaavat toisiaan kohtuullisella tarkkuudella. Myös käsinlasketun ideaalisen ulokepalkin taipuma vastaa staattista mitoitusta. Tämä johtuu rakennuksen lähes ideaalisesta muodosta. Lasketut käyttörajatilan taipumat kuitenkin ylittävät suositusarvon $h/500 = 80 \text{ mm}$.

Taulukko 7.4. Staattiset siirtymät rakenteen päässä

	Taipuma x-suunnassa	Taipuma y-suunnassa	Pään kiertymä
Ideaalipalkki	$x_k = 32,2 \text{ mm}$	$y_k = 83,2 \text{ mm}$	$r_k = 0,03^\circ$
Staattisesta mitoituksesta	$x_{SLS} = 20,8 \text{ mm}$ $x_{ULS} = 31,2 \text{ mm}$	$y_{SLS} = 89,7 \text{ mm}$ $y_{ULS} = 134,4 \text{ mm}$	
FEM normin mukainen tuuli	$x_{SLS} = 21,5 \text{ mm}$ $x_{ULS} = 32,2 \text{ mm}$	$y_{SLS} = 96,3 \text{ mm}$ $y_{ULS} = 144,4 \text{ mm}$	$r_{SLS} = 0,07^\circ$ $r_{ULS} = 0,10^\circ$
FEM simuloitu tuuli	$x_{SLS} = 7,8 \text{ mm}$ $x_{ULS} = 11,7 \text{ mm}$	$y_{SLS} = 112,7 \text{ mm}$ $y_{ULS} = 169,0 \text{ mm}$	$r_{SLS} = 0,01^\circ$ $r_{ULS} = 0,01^\circ$

Painejakauma RSA:n tuulisimulaatiossa nähdään eri sivuille alla (Kuva 7.5). Jakauma y-suunnassa vastaa kohtalaisesti Eurokoodin tapaa jakaa kuormia ja valittua tapaa approksimoida jyrkkää kattoa seinänä. Simuloitu tuuli kuvaa todellista tuulen jakaumaa tarkemmin, sillä tuulenpaine ei jakaudu Eurokoodin mukaisesti tasaisiin osiin. Tuulisimulaatio myös huomioi turbulenssin aiheuttaman kuorman epätasaisuuden. Ero nähdään x-suunnassa parhaiten. Vinolle tuulelle Eurokoodin ehdotus vastaa riittävästi, joskin aiheuttaa reilusti suuremman kiertymän. Kokonaistuulikuormat x- ja y-suunnassa on lueteltu alla (Taulukko 7.5). Eurokoodin pintapaineiden laskemisen yksinkertaistukset ovat pakollisia, jotta kuormien laskeminen käsin on mahdollista.



Kuva 7.5. Painejakauma RSA:n tuulisimulaatiolla suunnille x, y ja suuntien väli

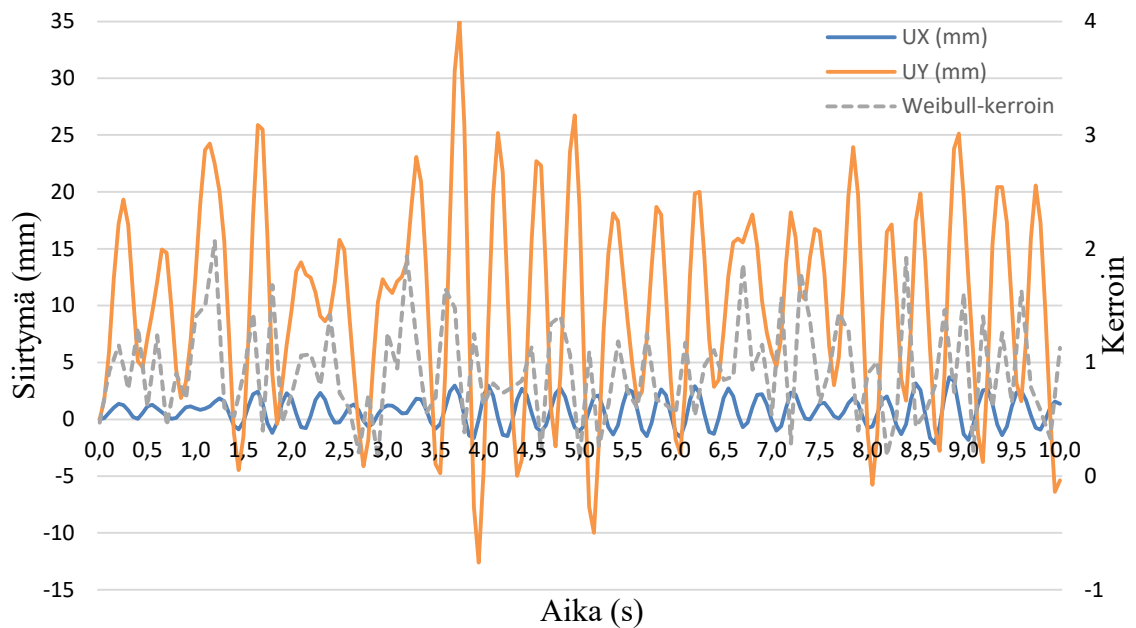
Kokonaistuulikuorma oli kahdella Eurokoodin esittämällä laskentatavalla toisiaan vastaava. RSA:n tuulisimulaation kokonaiskuorma jäi selkeästi pienemmäksi. Staattinen taipuma oli kuitenkin samansuuruinen, joten RSA:n simuloitu tuuli jakautuu epädullisemmin. RSA-mallissa ei ollut aukkoja seinillä, joten sisäpuolisen paineen kuorma puuttuu RSA-mallista. Sisäpuolisen paineen kuorma ei kuitenkaan selitä koko eroa. Eurokoodin mukainen mitoitus on siis varman puolella tuulen kuormitusta laskiessa.

Taulukko 7.5. Tuulikuorman resultantti

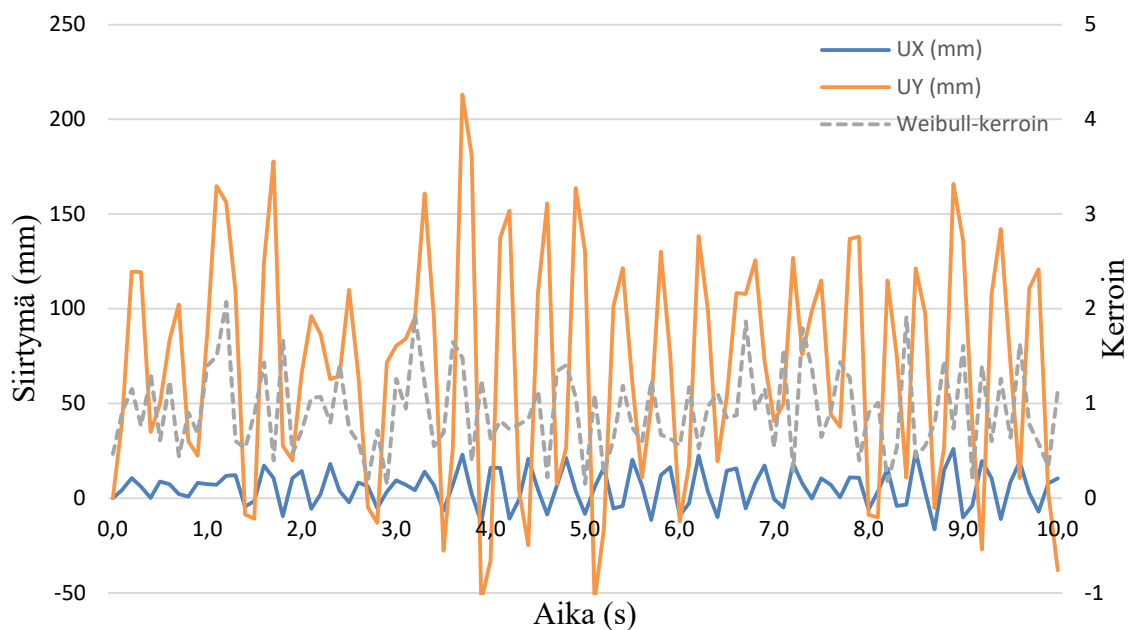
	Kuorma suunnassa x	Kuorma suunnassa y
Eurokoodi kokonaistuulikuorma	103 kN	232 kN
Eurokoodi osapintojen summa	105 kN	223 kN (190 kN ilman aukkoja)
RSA	33 kN	170 kN

7.5 Dynaaminen taipuma

RSA:n aikahistoria-analyysin tuloksena saatiin tapulin pään siirtymät yhden vuoden toistumalla olevalle tuulelle (Kuva 7.6). Aikahistoria-analyysi toistettiin sadan vuoden mitoitustuulella (Kuva 7.7).



Kuva 7.6. Dynaaminen taipuma Weibull-jakautuneella yhden vuoden tuulella



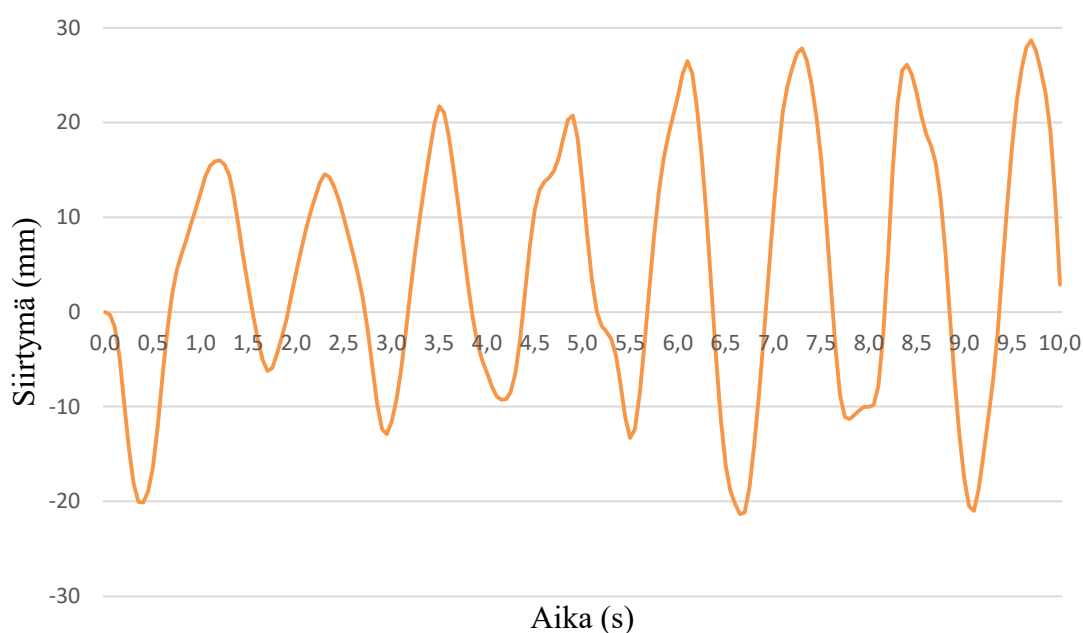
Kuva 7.7. Dynaaminen taipuma Weibull-jakautuneella sadan vuoden mitoitustuulella

Dynaamisesta siirtymäkuvaajasta nähdään, että tapuli värähtelee ominaistajuudellaan ja saavuttaa suuremman maksimisiirtymän, kuin staattisessa mitoituksessa. Siirtymäkuvaajasta laskettuna tapulin ominaistajuudet ovat 2,38 Hz ja 2,85 Hz. Weibull-kerroin liikkuu noin 0,2 ja 2,1 välillä, eikä saavuta staattisen mitoituksen altistuskertoimen huippuarvoa c_e (Kuva 5.1). Tuulenpaine on siis pienempi, kuin staattisessa tapauksessa, mutta kuorman dynaamisuus saa siirtymät suuremmiksi.

Kuormitus on satunnaista, mutta on lähellä tapulin ominaistajuutta, sillä siirtymäkuvaajissa (Kuva 7.7 ja Kuva 7.7) nähdään harmonista amplitudien kasvua ja laskua. Vaimennus ja jäyhyys ovat kuitenkin riittäviä, ettei tapulin pää koe liian suuria siirtymiä (Taulukko 7.6).

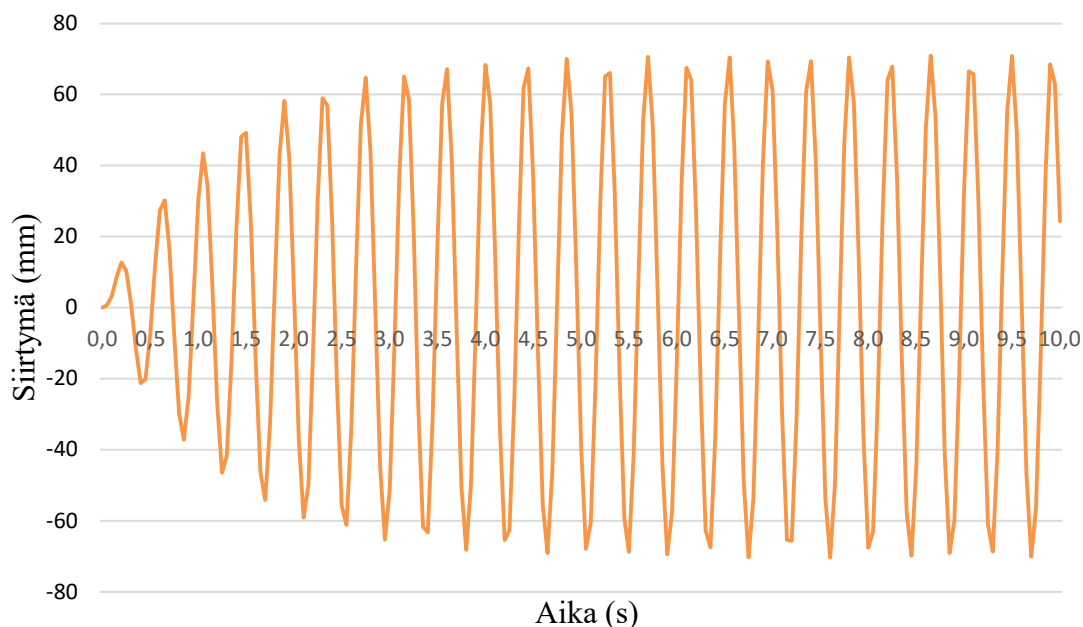
Kiertymä vinolla tuulella jäi pieneksi rakennuksen kiertojäykkyyden, pienen sivun pituuden ja symmetrisyyden vuoksi. Suurin kiertymä oli alle $0,1^\circ$ dynaamisessa kuormituksessa. Vääntöväärhtelyn ominaistajuus on myös kaikilla arviointimenetelmillä vaarallisimman alueen ulkopuolella.

CFD-mallinnuksesta saatu kuormitushistoria ja vaakakuorma, (Kuva 7.4), syötettiin RSA-ohjelmaan. Voimakkaamman pyörreratailmiön aiheuttama dynaaminen siirtymä nähdään alla (Kuva 7.8). Suurin poikittaissiirtymä on alle 30 mm, joten pyörreratailmiön vaste ei ole mitoittava.



Kuva 7.8. Vaste pyörreratailmiölle (1,56 Hz, 26,5 m/s)

Resonanssitilan vastetta (Kuva 7.9) varten pyörreratailmiön vaakakuorma asetettiin vaikuttamaan tapulin ominaistaajuudella. Kuormaksi asetettiin harmoninen 15 kN vaakakuorma resonanssitaajuudella.



Kuva 7.9. Pyörreratailmiö (resonanssissa)

Resonanssissa suhteellisesti pienelläkin voimalla siirtymät ja kiihtyvyydet tapulissa kasvavat suuriksi. Resonanssitilassa 15 kN harmoninen voima sai saman suuruusluokan taipumat, kuin 15-kertainen staattinen kuorma 220 kN (71 mm vrt. 96 mm) (Taulukko 7.4).

Dynaamisen mitoituksen maksimisiirtymät ovat lueteltuna alla (Taulukko 7.6). Weibull-kertoimien aikahistoria-analyyseistä ilmoitettuna on kolmen eri suuntaisen tuulen aiheuttama suurin siirtymä.

Taulukko 7.6. Dynaaminen maksimitaipuma

	Taipuma x-suunnassa	Taipuma y-suunnassa	Pään kiertymä
Weibull 1 v	$x = 3,7 \text{ mm}$	$y = 35,0 \text{ mm}$	$r = 0,01^\circ$
Weibull 100 v	$x = 26,5 \text{ mm}$	$y = 213,2 \text{ mm}$	$r = 0,09^\circ$
Pyörreratailmiö CFD		$y = 28,7 \text{ mm}$	
Pyörreratailmiö resonanssissa		$y = 70,94 \text{ mm}$	

7.6 Kiihtyvyydet

Kiihtyvyydet laskettiin Eurokoodin mukaisesti ja RSA-ohjelman aikahistoria-analyysia käyttäen. Alla (Taulukko 7.7) on lueteltu erisuuntaiset kiihtyvyydet laskentatavan mukaan.

Taulukko 7.7. Maksimikiihtyvyydet vuosittain

Eurokoodi Tuulen suuntainen kiihtyvyys vuosittain	$a_x = 0,13 \text{ m/s}^2$ $a_y = 0,74 \text{ m/s}^2$
Eurokoodi Tuulen suuntainen kiihtyvyys 100 v	$a_x = 0,82 \text{ m/s}^2$ $a_y = 4,87 \text{ m/s}^2$
Eurokoodi Tuulta poikittainen kiihtyvyys	$a_y = 0,02 \text{ m/s}^2$
FEM Weibull-jakauma vuosittain	$a_x = 0,91 \text{ m/s}^2$ $a_y = 6,17 \text{ m/s}^2$
FEM CFD pyörrerata Tuulta poikittainen kiihtyvyys	$a_y = 1,47 \text{ m/s}^2$
FEM pyörrerata resonanssissa Tuulta poikittainen kiihtyvyys	$a_y = 15,67 \text{ m/s}^2$

Vuotuiset kiihtyvyydet ovat selkeästi standardin suositusten yläpuolella (ISO 10137 s. 41). Resonanssitilan kiihtyvyydet ovat huomattavan suuria, joka osoittaa resonanssin vaarallisuuden.

7.7 Johtopäätökset ja suositukset

Kellotapulin lasketut siirtymät ja kiihtyvyydet ovat hyväksyttävissä. Resonanssitilanteen välttäminen on hyvin oleellista pyörreratailmiön kohdalla. Tapulin poikkileikkaus toimii pyörreratailmiön kohdalla edullisesti hajauttaessaan pyörteiden irtoamistaajuutta. Kuormaa ei tästä syystä kerry koko rakennuksen korkeudelta ja irtoamistaajuus ei nouse vaaralliselle alueelle.

Aikahistoria-analyysissä Weibull-kertoimet vaihtelivat porrasmaisesti koko kuormalle 0,1 sekunnin välein, joka lisää kuorman dynaamista vastetta. Todellinen tuuli vaihtelee puuskittain jatkuvasti ja osapinnoilla paikoittain. Aikahistoria-analyysissä aika-askel on myös kriittinen ja mallinnuksessa käytetty 0,05 sekuntia oli luultavasti sadan vuoden dynaamisessa tarkastelussa liian suuri. Yhden aika-askeleen aikana rakennuksen pää liikkuu pahimmillaan 20 mm. Suuri aika-askel tuottaa tuloksiin todellista suuremman kiihtyvyyden, eikä tulos ole luotettava. Sadan vuoden kiihtyvyyksien laskentaan kuormitushistoria tulisi arvioida tuulitunnelikokein, joko pienoismallilla tai virtuaalisesti. Vuosittaiselle tuulelle laskenta toimi paremmin, sillä kahden aika-askeleen välinen ero on pienempi. Maksimitaipuma dynaamisessa mitoituksessa on uskottava ja staattinen kuormitus aiheutti saman suuruusluokan siirtymän.

Eurokoodin mukaisissa käsinlaskuissa jotkut kertoimet eivät kuvaa muuttuvaa poikkileikkausta. Esimerkiksi poikkileikkausta jouduttiin approksimoimaan neliöksi kohdassa (5.50). Käsinlaskuissa täytyi myös approksimoida rakennuksen jäyhyyttä ja massaa eri vaiheissa.

Kellotapulin mitoituksessa Eurokoodin mukaisen mitoituksen rajoitteet tulivat esiin. Staattisen kuorman laskenta ja analyttinen taipuma vastasivat FEM-mallinnusta, mutta tapulin dynaamiset ominaisuudet olivat eriäviä. Yleisesti rakennuksien dynaaminen mitoitus tulee tehdä tarkemmilla laskentatavoilla tai numeerisesti mallintaen. Eriävien tuloksien tapauksissa tulee arvioida tulosten luotettavuutta.

8 YHTEENVETO

Rakennuksen värähtelyominaisuudet riippuvat rakennuksen geometriasta, massajakaumasta ja materiaaliominaisuuksista. Värähtelymitoituksessa merkittävin tekijä on löytää ominaistaajuudet. Ominaistaajuuden ja kuormituksen taajuuden kohtaaminen jaksottaisen kuormituksen kanssa voi olla rakenteen mitoittava tekijä.

Tuulikuorma on luonteeltaan satunnaista ja dynaamista. Tuuli voi pyörreratailmiön seurauksena aiheuttaa harmonista kuormitusta. Jaksollisen kuormituksen taajuuden suhde rakennuksen ominaistaajuuteen vaikuttaa dynaamisen kuorman vasteeseen. Matalataajuinen kuorma aiheuttaa joustavassa rakenteessa staattista tapausta suuremman vasteen ja voi aiheuttaa resonanssitilanteen. Korkeataajuinen kuorma ei ole niin vaarallista, sillä rakennusten ominaistaajuus on yleensä matala.

Laskennan tuloksena saatiin erilaisia arvioita ominaistaajuuksista Ylivieskan kirkon kellotapulille. Eurokoodin ja ideaalisen ulokepalkin ominaistaajuus vastasivat toisiaan, mutta tarkempi käsinlaskenta ja FEM-mallinnus olivat näistä poikkeavia. Luotettava ominaistaajuuksien arviointi vaatii vähintään lasketut siirtymät ja kuormat kerroksittain tai FEM-mallinnusta. Ominaistaajuudet ovat vaarallisen alhaisia, mutta tuulen harmoninen kuormitus ei asetu samoille taajuuksille.

Eurokoodin ohjeet laskea pyörreratailmiön tuomaa kuormaa olivat vajavaiset ja poikkesivat muista laskentamenetelmistä. Taranathin ja Kanekon kirjoissa esittämät tavat sekä virtuaalinen tuulimallinnus vastasivat toisiaan. Pyörreratailmiö ei muodostunut mitoittavaksi tekijäksi kellotapulien tapauksessa, sillä pyörteet irtosivat selkeästi ominaistaajuutta matalammalla taajuudella. Pyörreratailmiön vaakakuorma ei myöskään ollut huomattavan suuri.

Tuulikuorman resultantti oli simuloidulla tuulella ja Eurokoodin ohjeilla huomattavan eri. Staattinen taipuma eri laskentatavoilla oli samaa suuruusluokkaa. Käyttörajan suositus ylitetään taipumien ja kiihtyvyyksien osalta, mutta vaste ei estä rakennuksen käyttötarkoitusta. Suurin kiihtyvyys oli resonanssitilanteessa ja vuosittaisella Weibull-jakautuneella tuulella.

LÄHDELUETTELO

Airbus, CNES, 2021. Google Maps [kartta]. Saatavilla <https://www.google.fi/maps/@64.0831911,24.5155833,1588a,35y,134.81h,36.18t/data=!3m1!1e3?hl=fi> [viitattu 14.4.2021]

Arangala, C., 2021. Forced Oscillator with Dampening [verkkolähde]. Saatavilla: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/64747-forced-oscillator-with-dampening> [viitattu 1.3.2021]

Chopra, A. K., 1995. Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering. Upper Saddle River (NJ): Prentice Hall.

Deraemaeker, A., 2019. Dynamics of Structures. BATir dynamics group.

Engineering library, Beam Torsion [verkkodokumentti]. Saatavilla: <https://engineeringlibrary.org/reference/beam-torsion-air-force-stress-manual> [viitattu 6.4.2021]

Gaylord, C. N., Watabe, M., Council on Tall Buildings and Urban Habitat, 1979. Structural design of tall steel buildings: Monograph on Planning and design of tall buildings, vol. SB. New York: ASCE.

Ilmatieteenlaitos, Sää ja meri, Havaintojen lataus [verkkolähde]. Saatavilla <https://www.ilmatieteenlaitos.fi/havaintojen-lataus> [viitattu 12.2.2021]

ISO 10137:2007, 2007, Bases for design of structures – Serviceability of buildings and walkways against vibrations. International Organization for Standardization ISO: 44 s.

Kaneko, S., 2014. Flow-induced vibrations: Classifications and lessons from practical experiences. 2nd ed. London: Academic Press.

Kappos, A. J., 2002. Dynamic loading and design of structures. London; New York: Spon Press.

Keränen, L. & Niskanen, J., 2020. Hitsiliitoksen geometrian vaikutus väsymismitoituksessa. Rakenteiden mekaniikan seura.

Kim, Y. & You, K., 2002. Dynamic responses of a tapered tall building to wind loads. Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, 90(12), pp. 1771-1782. doi:10.1016/S0167-6105(02)00286-6

Kim, Y., You, K. & Ko, N., 2008. Across-wind responses of an aeroelastic tapered tall building. Teoksessa: Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, 96(8), s. 1307-1319. doi:10.1016/j.jweia.2008.02.038

Lintula, K., 2020 [kuva]. Arkkitehtitoimisto K2A Oy

Lähteenmäki, M., 2009, Arkisto, Värähtelymekaniikka, LUKU 3: Yhden vapausasteen harmoninen pakkovärähtely [verkkodokumentti]. Saatavilla: https://mlahteen.fi/arkistot/vmek_ark.htm [viitattu 4.4.2021]

Lähteenmäki, M., 2013, Arkisto, Lujuusoppi 2, Väsyminen [verkkodokumentti]. Saatavilla: https://mlahteen.fi/arkistot/luj2_ark.htm [viitattu 3.4.2021]

Pereira, D., 2021. File Exchange, Wind Rose [verkkolähde]. Saatavilla: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/47248-wind-rose> [viitattu 3.4.2021]

Salmi, T., 1997. Dynamiikka: 2, Kinetiikka. 2. uus. p. Tampere: Pressus.

Salonen, E., 2003. Dynamiikka 1: 1. 9. muuttum. p. Helsinki: Otatieto.

Suomen Standardoimisliitto SFS ry, 2006. Standardi SFS-EN 1993-3-1 + AC + Kansalliset liitteet. Helsinki: Suomen Standardoimisliitto SFS ry

Suomen Standardoimisliitto SFS ry, 2011. Standardi SFS – EN1991-1-4 + AC + A1 + Kansalliset liitteet. Helsinki: Suomen Standardoimisliitto SFS ry

Tanaka, H., Tamura, Y., Ohtake, K., Nakai, M., Kim, Y. C., & Bandi, E. K., 2013. Aerodynamic and flow characteristics of tall buildings with various unconventional configurations. *International Journal of High-Rise Buildings*, 2(3), 213-228.

Taranath, B. S., 2005. *Wind and earthquake resistant buildings: Structural analysis and design*. New York: Marcel Dekker.

Viswanath, H. R., Tolloczko, J. J. A., Clarke, J. N., Concrete Society, International Conference on Multi-Purpose High-Rise Towers and Tall Buildings, 1997. *Multi-purpose high-rise towers and tall buildings: Proceedings of the third international conference "Conquest of vertical space in the 21st century"*. London: New York: E & FN Spon.

Ylivieska karttatiimi, Karttapalvelu [kartta]. Saatavilla: <https://ylivieska.karttatiimi.fi/> [viitattu 6.3.2021]

Lähtöarvot



Alin ominaistajuus



$$h = 40 \text{ m}$$

Rakennuksen korkeus

$$\zeta_m := 2.5$$

Teräsristikkorakenteisille torneille

$$g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Maan vetovoiman kiihtyvyys

$$x_1 = 21.11 \cdot \text{cm}$$

Staattinen taipuma, kun rakenteen massa vaikuttaa päässä pistevoimana

$$y_1 = 43.79 \cdot \text{cm}$$

$$\Phi_1(z) := \left(\frac{z}{h} \right)^{\zeta_m}$$

Kaava (5.3)

$$n_{\text{EC.x}} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{x_1}} = 1.085 \cdot \text{Hz}$$

Kaava (5.1)

$$n_{\text{EC.y}} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{y_1}} = 0.753 \cdot \text{Hz}$$

Taajuuudet FEM-laskennasta

$$n_{\text{FEM.x}} := 2.82 \text{ Hz}$$

$$n_{\text{FEM.y}} := 2.37 \text{ Hz}$$

$$n_{\text{FEM.r}} := 5.53 \text{ Hz}$$



Oma paino ja ekvivalenttimassa



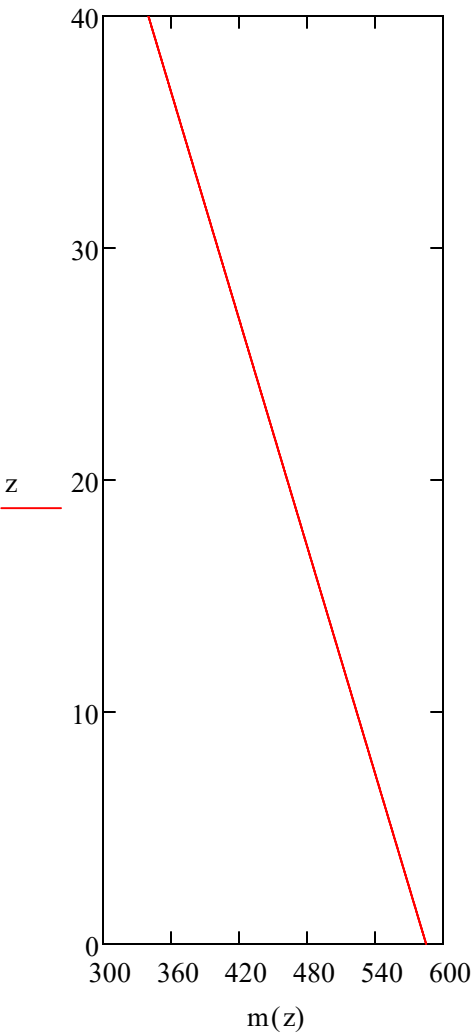
$$m_1 = 585 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad m_2 = 340 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad h_1 = 0 \cdot \text{m} \quad h_2 = 40 \text{ m}$$

$$m(z) := \frac{m_2 - m_1}{h_2 - h_1} \cdot (z - h_1) + m_1 \quad \text{Rakennuksen massa pituusyksikköä kohti}$$

$$m_e := \frac{\int_{\frac{h}{3}}^h m(z) \cdot (\Phi_1(z))^2 dz}{\int_{\frac{h}{3}}^h (\Phi_1(z))^2 dz} = 374.808 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \begin{array}{l} \text{Kaava (5.4)} \\ \text{Käytetään ylimmän kolmanneksen} \\ \text{keskimääräistä massaa} \end{array}$$

$$m_{\text{tot}} := \int_0^h m(z) dz \quad \text{Rakenteen kokonaismassa}$$

$$J_M := m_{\text{tot}} \cdot \left(\frac{b(0)}{2} \right)^2 \quad \text{Rakenteen pyörähdysmassa}$$



Massajakauma korkeuden suhteen



Todennäköisyyskerroin



$K := 0.2$

Muotokerroin

$n := 0.5$

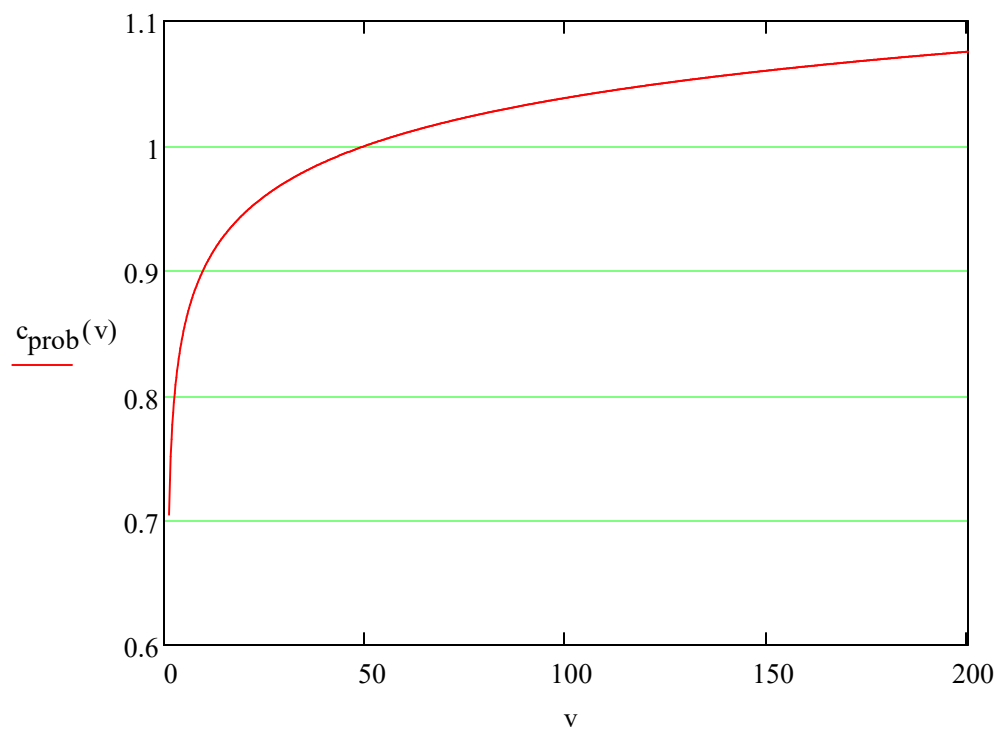
Eksponentti

$$c_{\text{prob}}(x) := \left(\frac{1 - K \cdot \ln(-\ln(1 - x^{-1}))}{1 - K \cdot \ln(-\ln(0.98))} \right)^n \quad \text{Kaava (5.8)}$$

Raja-arvo, jotka kohti yhtälö suppenee

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} c_{\text{prob}}(x) \rightarrow \infty$$

$$T_{1v} := 1.0000000000000001 \quad c_{\text{prob}}(T_{1v}) = 0.405$$



 Tuulen modifioitu perusarvo



$$c_{\text{dir}} := 1.0$$

Suuntakerroin

$$c_{\text{season}} := 1.0$$

Vuodenaikakerroin

$$v_{b0} := 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tuulennopeuden modifioimaton perusarvo

$$v_b := c_{\text{dir}} \cdot c_{\text{season}} \cdot v_{b0} = 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tuulennopeuden perusarvo

$$z_{\text{min}} := 2\text{m}$$

Maastoluokan minimikorkeus

$$z_{0.\text{II}} := 0.05\text{m}$$

Maastoparametri

$$z_0 := 0.05\text{m}$$

Maastoluokan rosoisuusmitta

$$z_{\text{max}} := 200\text{m}$$

Maksimikorkeus

$$k_r := 0.19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0.\text{II}}} \right)^{0.07} = 0.19$$

Maastokerroin

$$c_r(z) := \begin{cases} \left(k_r \cdot \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \right) & \text{if } z_{\text{min}} \leq z \leq z_{\text{max}} \\ \left(k_r \cdot \ln \left(\frac{z_{\text{min}}}{z_0} \right) \right) & \text{if } z \leq z_{\text{min}} \end{cases} \quad \text{Kaava (5.10)}$$

$$c_o := 1.0$$

Pinnanmuotokerroin

$$v_m(z) := c_r(z) \cdot c_o \cdot v_b \cdot c_{\text{prob}}(100)$$

Tuulen modifioitu perusarvo

$$v_{m1}(z, t) := c_r(z) \cdot c_o \cdot v_b \cdot c_{\text{prob}}(t)$$



Puuskanopeuspaine



$$k_l := 1.0$$

Pyörteisyysskerroin

$$k_r = 0.19$$

Maastokerroin

$$\sigma_v := k_r \cdot v_b \cdot k_l = 3.99 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kaava (5.12)

$$I_v(z) := \begin{cases} \frac{\sigma_v}{v_m(z)} & \text{if } z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \\ \frac{\sigma_v}{v_m(z_{\min})} & \text{if } z \leq z_{\min} \end{cases}$$

Kaava (5.13)

$$\rho_0 := 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Eurokoodin suositus ilman tiheys

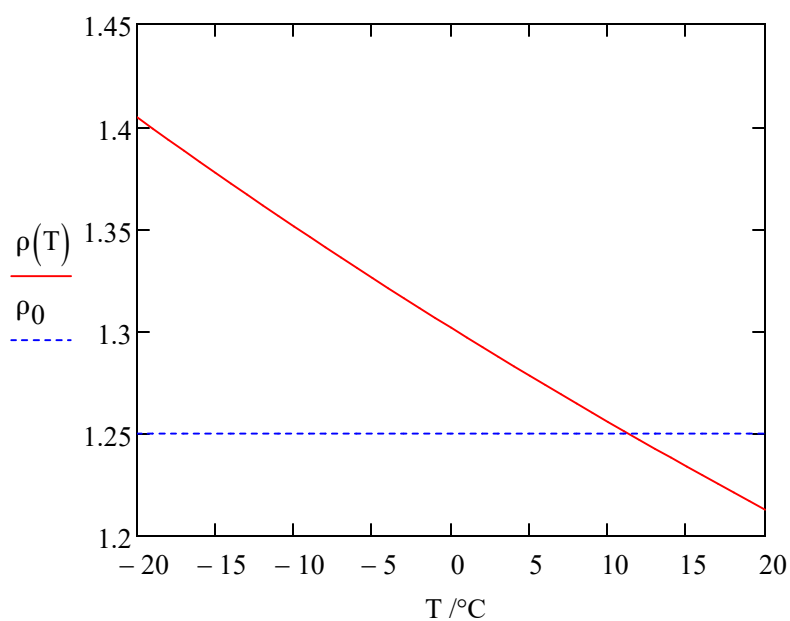
$$\rho(x) := \frac{353 \text{ kg}}{\frac{x}{\text{K}} \cdot \exp\left(-0.00012 \cdot \frac{\text{H}}{\text{m}}\right) \text{ m}^3}$$

Kaava (5.15)

Kansallisen liitteen mukainen ilman tiheys

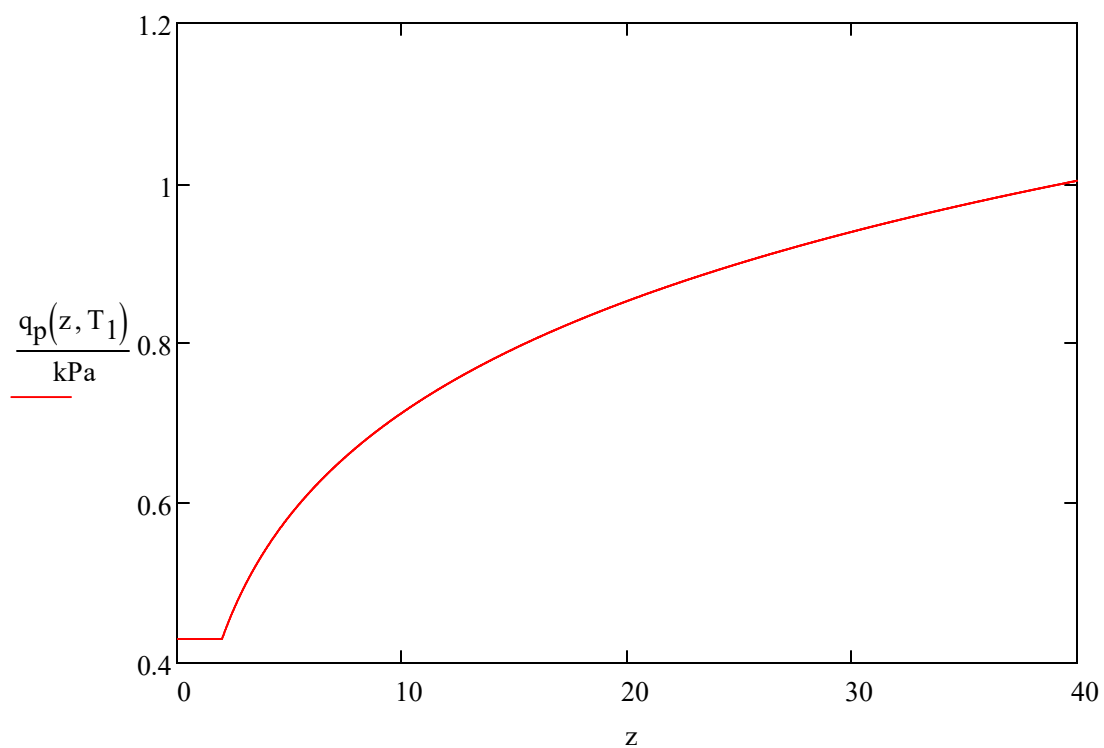
$$\frac{\rho(-20^\circ\text{C}) - \rho(20^\circ\text{C})}{\rho(20^\circ\text{C})} = 15.801\%$$

Ilman tiheyden vaihtelu



$$q_p(z, T) := \left(1 + 7 \cdot I_V(z)\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho(T) \cdot v_m(z)^2 \quad \text{Kaava (5.14)}$$

Puuskanopeuspaine korkeuden suhteen

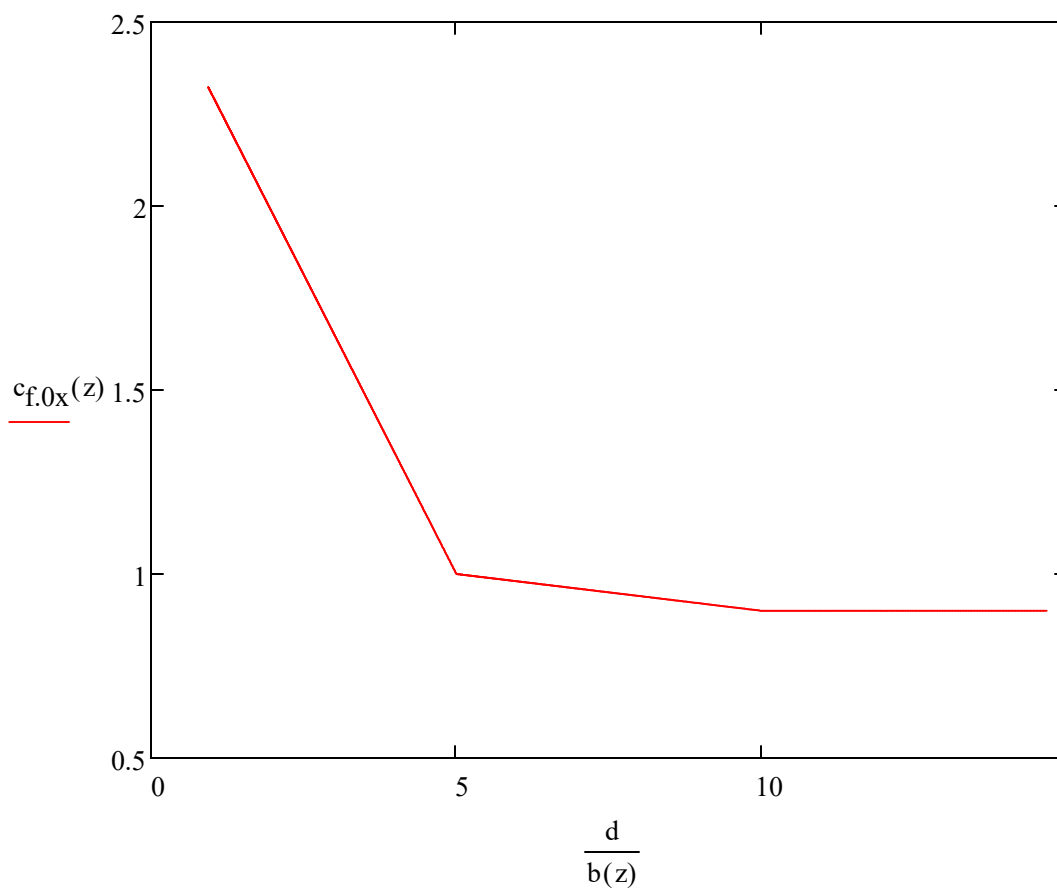


Hoikkuus ja voimakerron



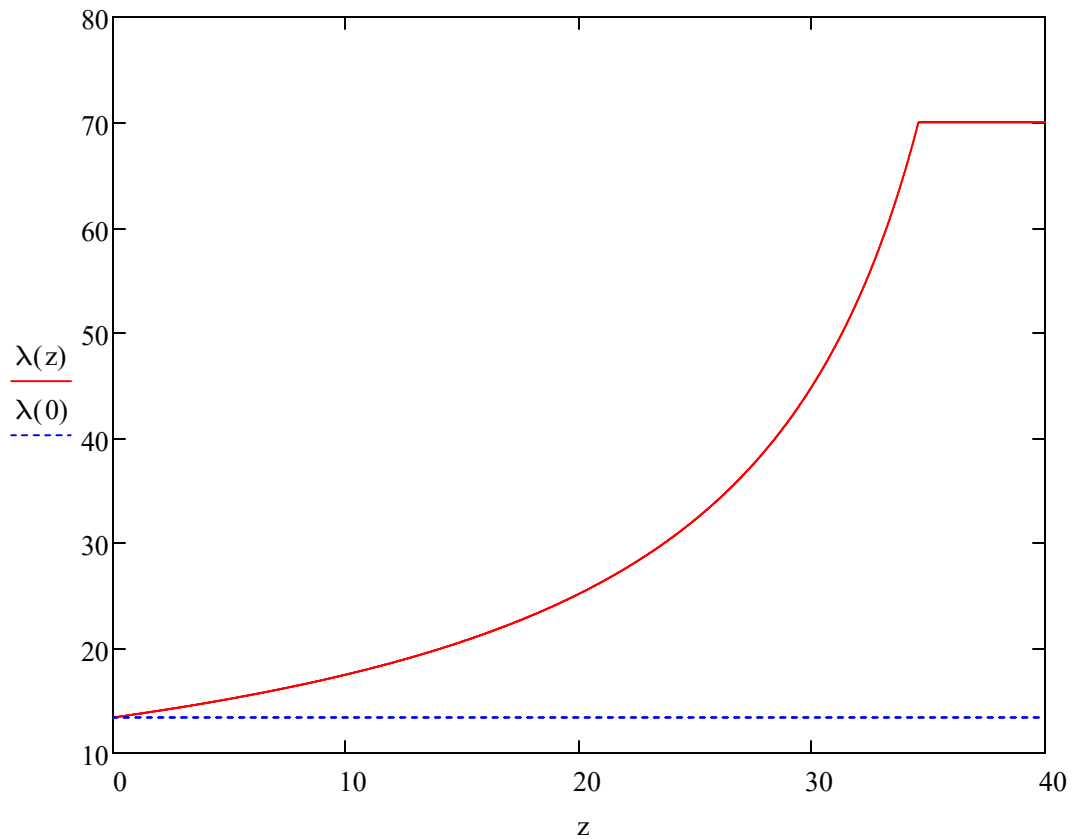
Voimakertoimen perusarvo

$$c_{f.0x}(z) := \begin{cases} 2.0 & \text{if } \frac{d}{b(z)} \leq 0.2 \\ \left[\frac{2.4 - 2.0}{0.7 - 0.2} \cdot \left(\frac{d}{b(z)} - 0.2 \right) + 2.0 \right] & \text{if } 0.2 < \frac{d}{b(z)} \leq 0.7 \\ \left[\frac{1.0 - 2.4}{5 - 0.7} \cdot \left(\frac{d}{b(z)} - 0.7 \right) + 2.4 \right] & \text{if } 0.7 < \frac{d}{b(z)} \leq 5 \\ \left[\frac{0.9 - 1.0}{10 - 5} \cdot \left(\frac{d}{b(z)} - 5 \right) + 1.0 \right] & \text{if } 5 < \frac{d}{b(z)} \leq 10 \\ 0.9 & \text{if } 10 < \frac{d}{b(z)} \end{cases}$$



$$c_{f,0y}(z) := \begin{cases} 2.0 & \text{if } \left(\frac{d}{b(z)}\right)^{-1} \leq 0.2 \\ \left[\frac{2.4 - 2.0}{0.7 - 0.2} \cdot \left[\left(\frac{d}{b(z)}\right)^{-1} - 0.2 \right] + 2.0 \right] & \text{if } 0.2 < \left(\frac{d}{b(z)}\right)^{-1} \leq 0.7 \\ \left[\frac{1.0 - 2.4}{5 - 0.7} \cdot \left[\left(\frac{d}{b(z)}\right)^{-1} - 0.7 \right] + 2.4 \right] & \text{if } 0.7 < \left(\frac{d}{b(z)}\right)^{-1} \leq 5 \\ \left[\frac{0.9 - 1.0}{10 - 5} \cdot \left[\left(\frac{d}{b(z)}\right)^{-1} - 5 \right] + 1.0 \right] & \text{if } 5 < \left(\frac{d}{b(z)}\right)^{-1} \leq 10 \\ 0.9 & \text{if } 10 < \left(\frac{d}{b(z)}\right)^{-1} \end{cases}$$

$$\lambda(z) := \min \left[\left[\frac{1.4 - 2.0}{50 - 15} \cdot \left(\frac{h}{m} - 15 \right) + 2.0 \right] \cdot \frac{h}{b(z)}, 70 \right] \quad \text{Tehollinen hoikkuus}$$



Approksimoidaan päätevaikutuskertoimen funktio.

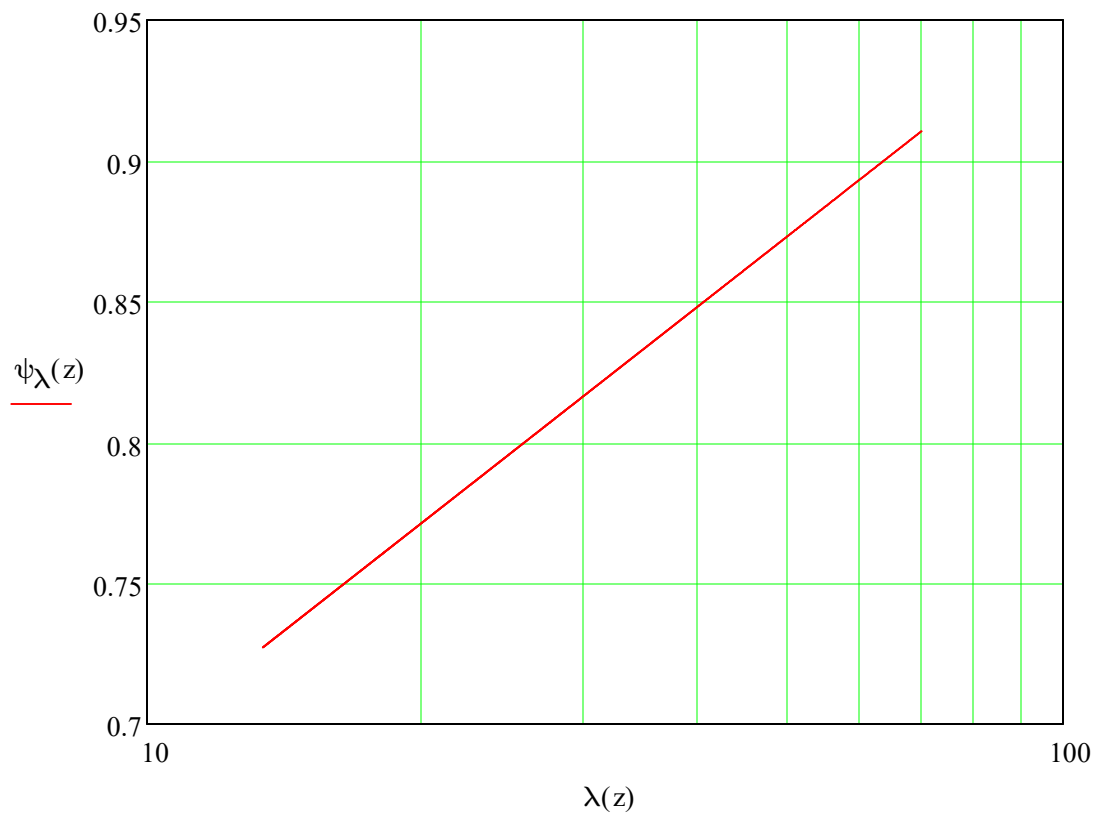
Funktio on muotoa

$y = a \cdot \log(b \cdot x)$, missä

$$a = \frac{y_1 - y_2}{\log\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} \quad \text{ja} \quad b = 10^{\frac{y_2 \cdot \log(x_1) - y_1 \cdot \log(x_2)}{y_1 - y_2}},$$

joten

$$\psi_{\lambda}(x) := \frac{0.695 - 0.95}{\log\left(\frac{10}{100}\right)} \cdot \log\left(10^{\frac{0.95 \cdot \log(10) - 0.695 \cdot \log(100)}{0.695 - 0.95}} \cdot \lambda(x)\right)$$



$$\psi_r := 1.0$$

$$c_{fx}(z) := \psi_r \cdot \psi_\lambda(0) \cdot c_{f.0x}(z)$$

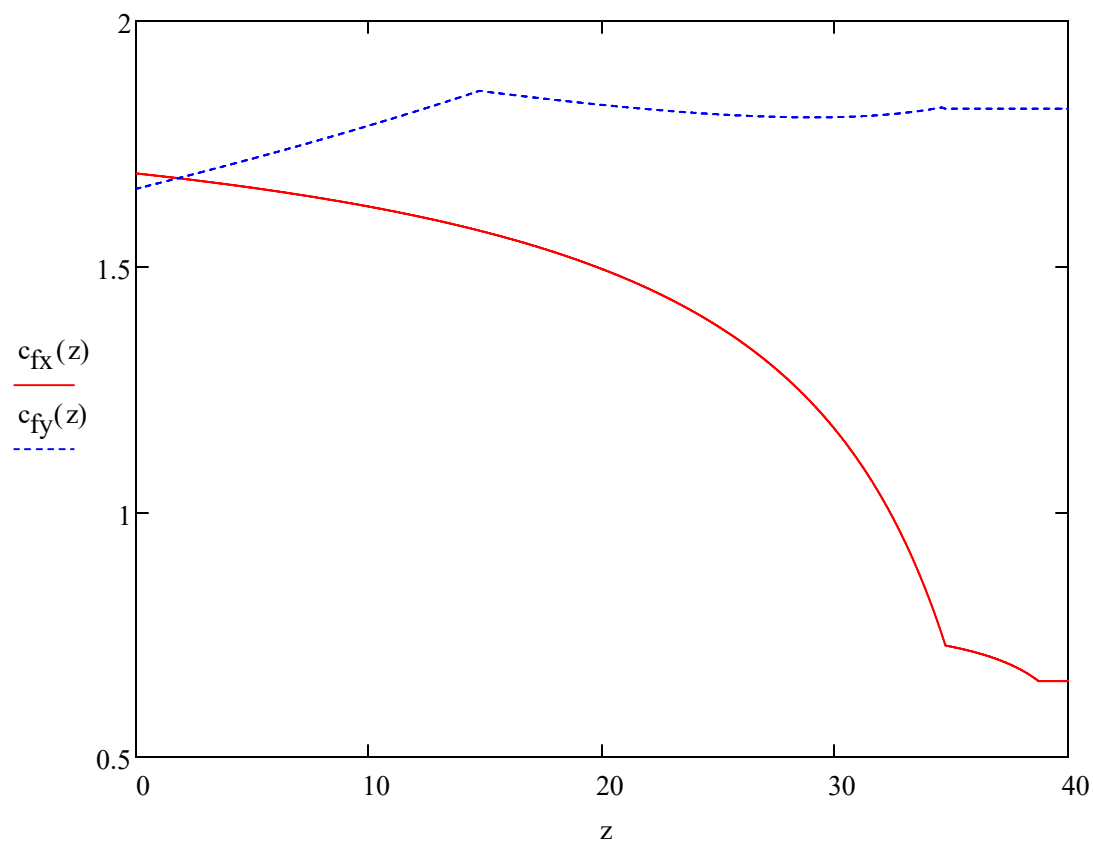
$$c_{fy}(z) := \psi_r \cdot \psi_\lambda(z) \cdot c_{f.0y}(z)$$

Pienennyskerroin kulmien pyöristyksestä

Kaava (5.36)

Voimakerroin kapealle sivulle

Voimakerroin pitkälle sivulle



Vaimennuksen logaritminen dekrementti



$$\delta_s := 0.02$$

Sisäisen vaimennuksen logaritminen dekrementti

$$\delta_{ax}(z, T) := \frac{c_{fx}(z) \cdot \rho(T) \cdot b(z) \cdot v_m(z)}{2 \cdot n_{EC.x} \cdot m_e}$$

Kaava (5.6)

Aerodynaamisen vaimennuksen log. dekrementti

$$\delta_{ay}(z, T) := \frac{c_{fy}(z) \cdot \rho(T) \cdot d \cdot v_m(z)}{2 \cdot n_{EC.y} \cdot m_e}$$

$$\delta_d := 0$$

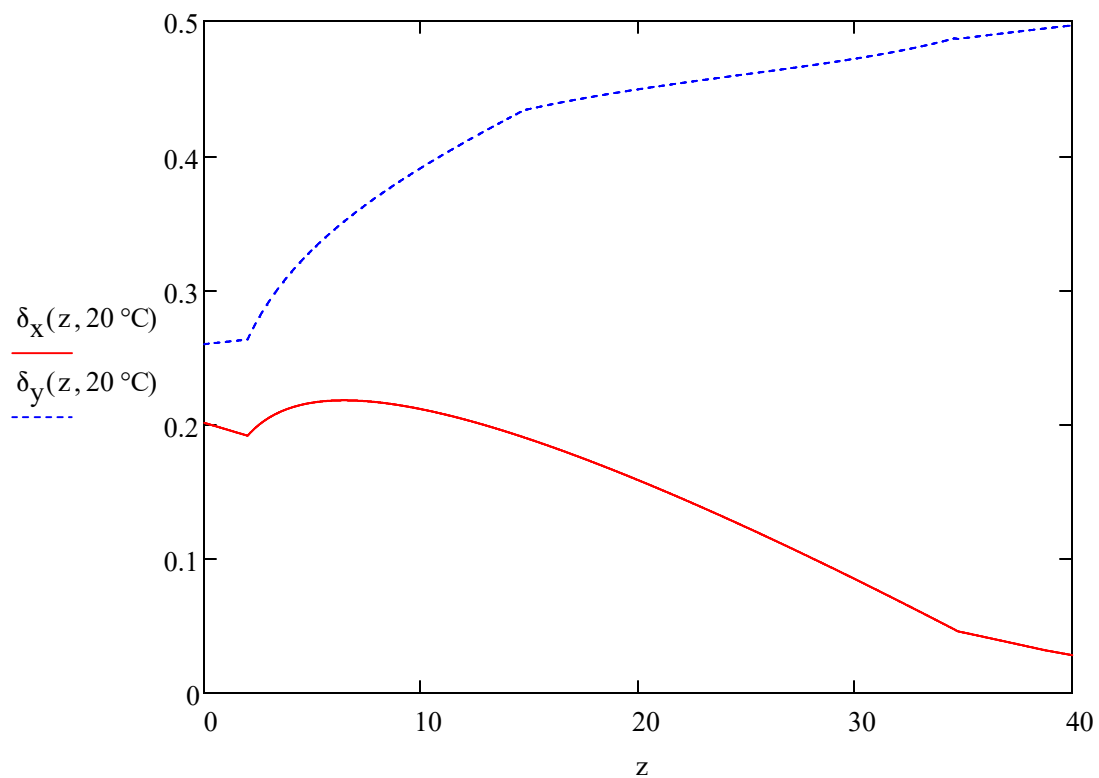
Erityislaitteiden vaimennuksen log. dekrementti

$$\delta_x(z, T) := \delta_s + \delta_{ax}(z, T) + \delta_d$$

Kaava (5.5)

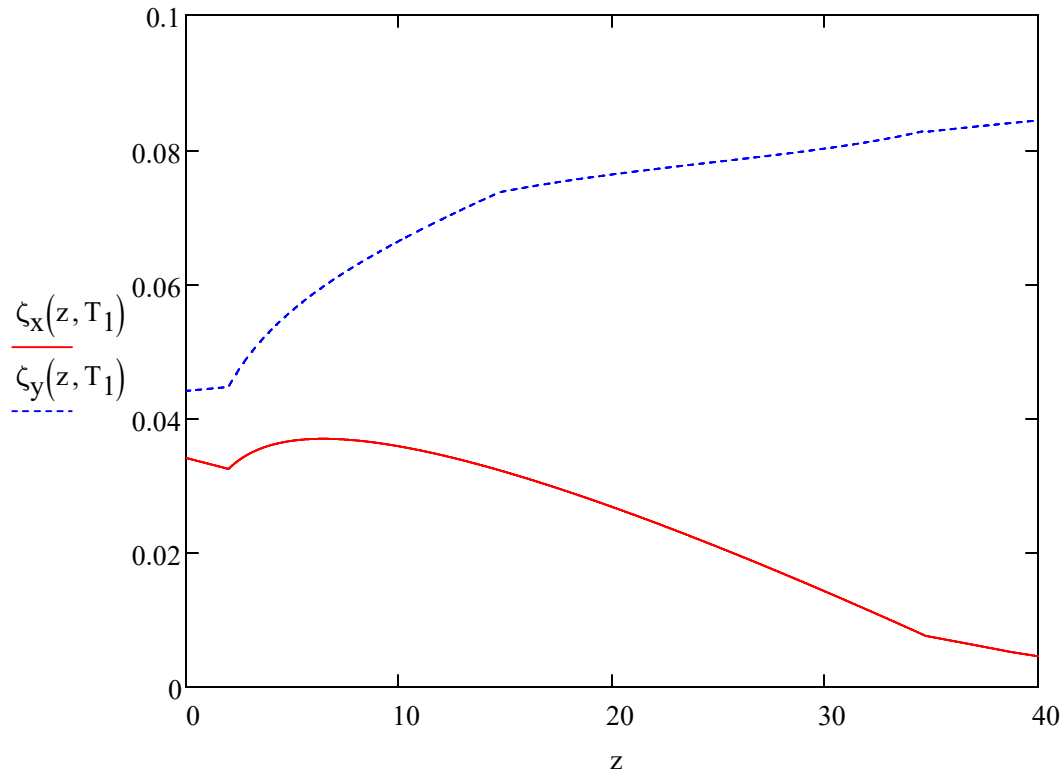
Vaimennuksen logaritminen dekrementti

$$\delta_y(z, T) := \delta_s + \delta_{ay}(z, T) + \delta_d$$



$$\zeta_x(z, T) := \frac{\delta_x(z, T)}{\sqrt{\delta_x(z, T)^2 + 4\pi^2}} \quad \text{Kaava (2.13)}$$

$$\zeta_y(z, T) := \frac{\delta_y(z, T)}{\sqrt{\delta_y(z, T)^2 + 4\pi^2}} \quad \text{Vaimennussuhteen ja vaimennuksen logaritmisen dekrementin välinen suhde}$$



$$\zeta_{x.\text{mean}} := \frac{1}{h - 0\text{m}} \cdot \int_{0\text{m}}^h \zeta_x(z, T_1) dz = 0.024$$

$$\zeta_{y.\text{mean}} := \frac{1}{h - 0\text{m}} \cdot \int_{0\text{m}}^h \zeta_y(z, T_1) dz = 0.072$$



Rakennekerroin



$z_s := 0.6 \cdot h = 24 \text{ m}$	Nopeuspainekorkeus
$I_v(z_s) = 0.156$	Turbulenssin intensiteetti
$L_t := 300 \text{ m}$	Ulottuvuuden vertailuarvo
$z_t := 200 \text{ m}$	Vertailukorkeus
$\alpha := 0.67 + 0.05 \cdot \ln\left(\frac{z_0}{m}\right) = 0.52$	Eksponentti
$L(z) := L_t \cdot \left(\frac{z}{z_t}\right)^\alpha$	Kaava (5.23)

X-suunta

$B := \sqrt{\frac{1}{1 + 0.9 \cdot \left(\frac{b(z_s) + h}{L(z_s)}\right)^{0.63}}}$	Kaava (5.22)
$f_L(z, n) := \frac{n \cdot L(z)}{v_m(z)}$	Kaava (5.25)
$S_L(n) := \frac{6.8 \cdot f_L(z_s, n)}{\left(1 + 10.2 \cdot f_L(z_s, n)\right)^{\frac{5}{3}}}$	Kaava (5.24)
$\eta_{hx} := \frac{4.6 \cdot h}{L(z_s)} \cdot f_L(z_s, n_{EC.x})$	Kaava (5.29)
$\eta_{bx} := \frac{4.6 \cdot b(z_s)}{L(z_s)} \cdot f_L(z_s, n_{EC.x})$	Kaava (5.30)
$R_h(\eta) := \begin{cases} \left[\frac{1}{\eta} - \frac{1}{2 \cdot \eta^2} \cdot (1 - e^{-2\eta}) \right] & \text{if } \eta > 0 \\ 1 & \text{if } \eta \leq 0 \end{cases}$	Kaava (5.27)

$$R_b(\eta) := \begin{cases} \left[\frac{1}{\eta} - \frac{1}{2 \cdot \eta^2} \cdot (1 - e^{-2\eta}) \right] & \text{if } \eta > 0 \\ 1 & \text{if } \eta \leq 0 \end{cases} \quad \text{Kaava (5.28)}$$

$$R_x(T) := \sqrt{\frac{\pi^2}{2 \cdot \delta_x(z_s, T)} \cdot S_L(n_{EC,x}) \cdot R_h(\eta_{hx}) \cdot R_b(\eta_{bx})} \quad \text{Kaava (5.26)}$$

$$\nu_x(T) := \max \left(n_{EC,x} \cdot \sqrt{\frac{R_x(T)^2}{B^2 + R_x(T)^2}}, 0.008 \text{Hz} \right) \quad \text{Kaava (5.34)}$$

$$T_{10} := 600s \quad 10 \text{ minuuttia sekunteina}$$

$$k_{px}(T) := \max \left(\sqrt{2 \cdot \ln(\nu_x(T) \cdot T_{10})} + \frac{0.6}{\sqrt{2 \cdot \ln(\nu_x(T) \cdot T_{10})}}, 3 \right) \quad \text{Kaava (5.33)}$$

$$c_s := \frac{1 + 7 \cdot I_V(z_s) \cdot \sqrt{B^2}}{1 + 7 \cdot I_V(z_s)} \quad \text{Kaava (6.XX)}$$

$$c_{dx}(T) := \frac{1 + 2k_{px}(T) \cdot I_V(z_s) \cdot \sqrt{B^2 + R_x(T)^2}}{1 + 7 \cdot I_V(z_s) \cdot \sqrt{B^2}} \quad \text{Kaava (6.XX)}$$

Y-suunta

$$B_y := \sqrt{\frac{1}{1 + 0.9 \cdot \left(\frac{d+h}{L(z_s)} \right)^{0.63}}}$$

$$\eta_{hy} := \frac{4.6 \cdot h}{L(z_s)} \cdot f_L(z_s, n_{EC.y})$$

$$\eta_{by} := \frac{4.6 \cdot d}{L(z_s)} \cdot f_L(z_s, n_{EC.y})$$

$$R_y(T) := \sqrt{\frac{\pi^2}{2 \cdot \delta_y(z_s, T)} \cdot S_L(n_{EC.y}) \cdot R_h(\eta_{hy}) \cdot R_b(\eta_{by})}$$

$$\nu_y(T) := \max \left(n_{EC.y} \cdot \sqrt{\frac{R_y(T)^2}{B_y^2 + R_y(T)^2}}, 0.008 \text{Hz} \right)$$

$$k_{py}(T) := \max \left(\sqrt{2 \cdot \ln(\nu_y(T) \cdot T_{10})} + \frac{0.6}{\sqrt{2 \cdot \ln(\nu_y(T) \cdot T_{10})}}, 3 \right)$$

$$c_{dy}(T) := \frac{1 + 2k_{py}(T) \cdot I_V(z_s) \cdot \sqrt{B_y^2 + R_y(T)^2}}{1 + 7 \cdot I_V(z_s) \cdot \sqrt{B_y^2}}$$

Tuulen suuntainen kiihtyvyys



$$K_X := \frac{\int_0^h v_m(z)^2 \cdot \Phi_1(z) dz}{v_m(z_s)^2 \cdot \int_0^h \Phi_1(z)^2 dz} = 1.845 \quad \text{Kaava (5.32)}$$

Kaava (5.31)

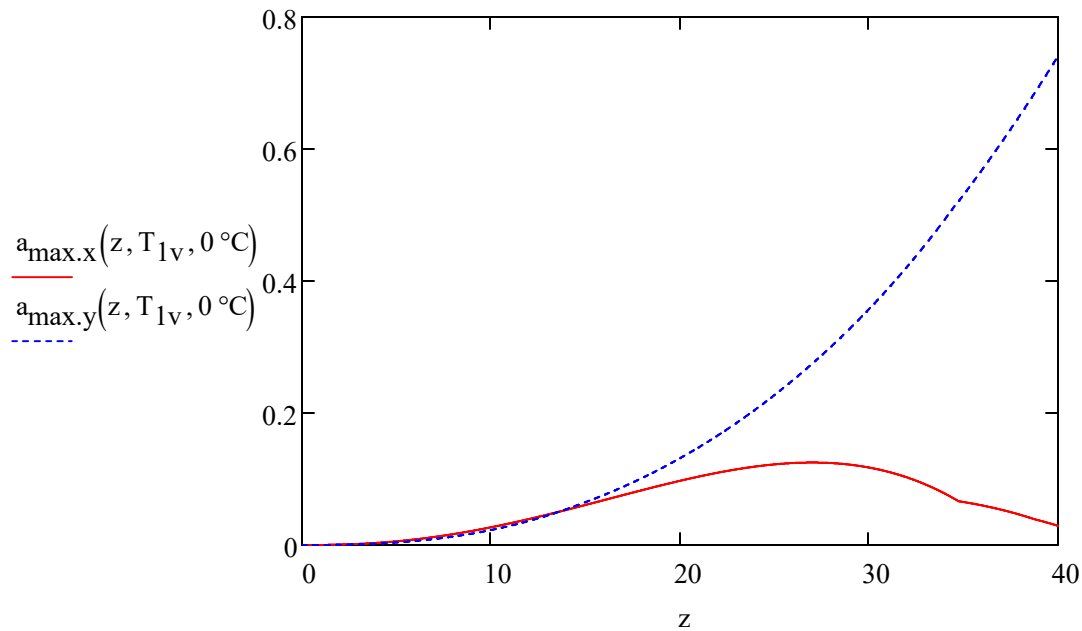
$$\sigma_{a.x}(z, t, T) := \frac{c_{fx}(z) \cdot \rho(T) \cdot b(z) \cdot I_V(z_s) \cdot v_{m1}(z_s, t)^2}{m_e} \cdot R_X(T) \cdot K_X \cdot \Phi_1(z)$$

$$\sigma_{a.y}(z, t, T) := \frac{c_{fy}(z) \cdot \rho(T) \cdot d \cdot I_V(z_s) \cdot v_{m1}(z_s, t)^2}{m_e} \cdot R_Y(T) \cdot K_X \cdot \Phi_1(z)$$

Kaava (5.35)

$$a_{\max.x}(z, t, T) := k_{px}(T) \cdot \sigma_{a.x}(z, t, T) \quad \text{X-suuntainen maksimi kiihtyvyys}$$

$$a_{\max.y}(z, t, T) := k_{py}(T) \cdot \sigma_{a.y}(z, t, T) \quad \text{Y-suuntainen maksimi kiihtyvyys}$$



Suurin kiihtyvyys x-suunnassa on n.30 m korkeudella ja y-suunnassa huipulla

$$h_g := 30\text{m} \quad T_1 = 0\cdot^{\circ}\text{C} \quad a_{\text{maxi}}(h1) := a_{\text{max.x}}(h1, T_{1v}, T_1)$$

$$h1 := \text{Maximize}(a_{\text{maxi}}, h_g) = 26.98\text{m}$$

$$a_{\text{max.x}}(h1, T_{1v}, T_1) = 0.125 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Maksimi kiihtyvyydet kerran vuodessa}$$

$$a_{\text{max.y}}(h, T_{1v}, T_1) = 0.742 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{\text{max.x}}(h1, 50, T_1) = 0.761 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Maksimi kiihtyvyydet kerran 50 vuodessa}$$

$$a_{\text{max.y}}(h, 50, T_1) = 4.519 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{\text{max.x}}(h1, 100, T_1) = 0.821 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Maksimi kiihtyvyydet kerran 100 vuodessa}$$

$$a_{\text{max.y}}(h, 100, T_1) = 4.873 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Rakenteen tuulikuorma voimakertoimilla



$$A_{\text{ref},x} := \int_{0m}^h b(z) dz = 100 \text{ m}^2$$

Pinta-ala kapealla seinällä

$$F_{w,x}(z, T) := c_s \cdot c_{dx}(T) \cdot c_{fx}(z) \cdot q_p(z, T)$$

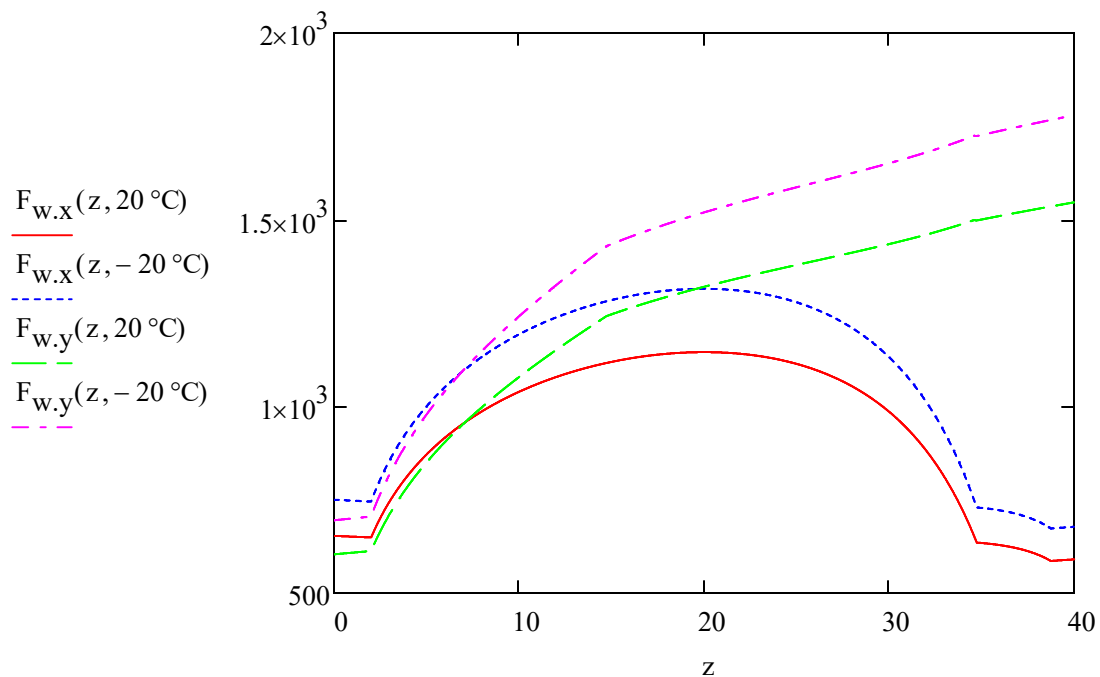
Kaava (5.18)

Tuulikuorma x-suunnassa kN/m²

$$A_{\text{ref},y} := d \cdot h = 176 \text{ m}^2$$

Pinta-ala leveällä seinällä

$$F_{w,y}(z, T) := c_s \cdot c_{dy}(T) \cdot c_{fy}(z) \cdot q_p(z, T)$$

Tuulikuorma y-suunnassa kN/m²Rakenteen tuulikuorma korkeuden
suhteen eri lämpötiloissa

$$\int_0^h F_{w,x}(z, T_1) \cdot b(z) dz = 103.148 \cdot \text{kN} \quad \text{Voiman resultantti kapealla sivulla}$$

$$\int_0^h F_{w,y}(z, T_1) \cdot d dz = 232.185 \cdot \text{kN} \quad \text{Voiman resultantti leveällä sivulla}$$

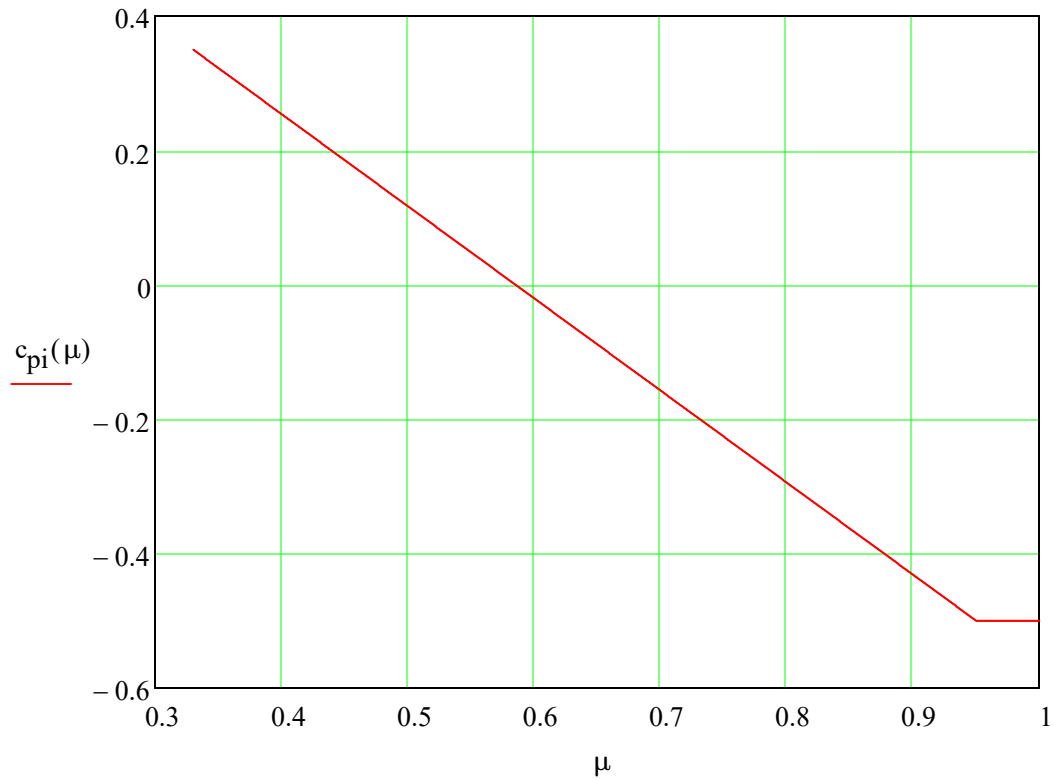


Pintoihin vaikuttavat kuormat



$$c_{pe.10A} := -1.2 \quad c_{pe.10B} := -0.8 \quad c_{pe.10D} := 0.8 \quad c_{pe.10E} := -0.7$$

$$c_{pi}(\mu) := \begin{cases} \frac{-0.5 - 0.35}{0.95 - 0.33} \cdot (\mu - 0.33) + 0.35 & \text{if } 0.33 \leq \mu < 0.95 \\ (-0.5) & \text{if } \mu \geq 0.95 \end{cases}$$



$$\mu_x := 1$$

Aukot ovat symmetriset kahdella sivulla

$$\mu_y := 0.5$$

$$w_{eA}(z, T) := q_p(z, T) \cdot c_{pe.10A}$$

$$w_{ix}(z, T) := q_p(z, T) \cdot c_{pi}(\mu_x)$$

$$w_{eB}(z, T) := q_p(z, T) \cdot c_{pe.10B}$$

$$w_{iy}(z, T) := q_p(z, T) \cdot c_{pi}(\mu_y)$$

$$w_{eD}(z, T) := q_p(z, T) \cdot c_{pe.10D}$$

$$w_{eE}(z, T) := q_p(z, T) \cdot c_{pe.10E}$$

Tuulikuorma kapenevalle seinälle

$$A_{\text{ref.A}} := \frac{d}{5} \cdot h = 35.2 \text{ m}^2 \quad \text{Osa pinta-alat}$$

$$A_{\text{ref.B}} := A_{\text{ref.y}} - A_{\text{ref.A}} = 140.8 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{ref.D}} := A_{\text{ref.x}} = 100 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{ref.E}} := A_{\text{ref.x}} = 100 \text{ m}^2$$

$$F_{\text{w.eA}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dx}(T) \cdot w_{eA}(z, T) \cdot \frac{b(z)}{5} dz$$

$$F_{\text{w.eB}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dx}(T) \cdot w_{eB}(z, T) \cdot \frac{4 \cdot b(z)}{5} dz$$

$$F_{\text{w.eD}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dx}(T) \cdot w_{eD}(z, T) \cdot b(z) dz$$

$$F_{\text{w.eE}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dx}(T) \cdot w_{eE}(z, T) \cdot b(z) dz$$

$$F_{\text{w.iX}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dx}(T) \cdot w_{iX}(z, T) \cdot b(z) dz$$

$$F_{\text{w.eD}}(T_1) - F_{\text{w.eE}}(T_1) = 105.05 \cdot \text{kN} \quad \text{Voiman resultantti x-suuntaan}$$

Tuulikuorma leveälle seinälle

Given

$$h1 := 2\text{m}$$

$$b(h1) = \frac{3 \cdot b(0\text{m})}{5}$$

$$h1 := \text{Find}(h1) = 17.091\text{m}$$

Lasketaan osa-alue A:n
pinta-ala

$$A_{\text{ref.Ay}} := \frac{d \cdot h1}{5 \cdot 2} = 7.52\text{m}^2$$

Osa pinta-alat

$$A_{\text{ref.By}} := A_{\text{ref.x}} - A_{\text{ref.Ay}} = 92.48\text{m}^2$$

$$A_{\text{ref.Dy}} := A_{\text{ref.y}} = 176\text{m}^2$$

$$A_{\text{ref.Ey}} := A_{\text{ref.y}} = 176\text{m}^2$$

$$F_{\text{w.eAy}}(T) := \int_0^{h1} c_s \cdot c_{dy}(T) \cdot w_{eA}(z, T) \cdot \left(\frac{b(z)}{2} - \frac{3 \cdot b(0)}{5} \right) dz$$

$$F_{\text{w.eBy}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dy}(T) \cdot w_{eB}(z, T) \cdot b(z) dz$$

$$F_{\text{w.eDy}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dy}(T) \cdot w_{eD}(z, T) \cdot d dz$$

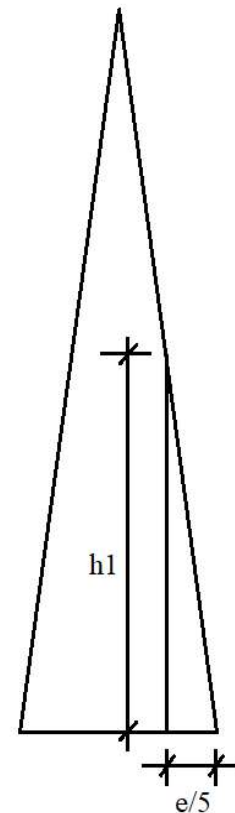
$$F_{\text{w.eEy}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dy}(T) \cdot w_{eE}(z, T) \cdot d dz$$

$$F_{\text{w.iy}}(T) := \int_0^h c_s \cdot c_{dy}(T) \cdot w_{iy}(z, T) \cdot d dz$$

Voiman resultantti y-suuntaan

$$F_{\text{w.eDy}}(T_1) - F_{\text{w.eEy}}(T_1) + 2 F_{\text{w.iy}}(T_1) = 223.213 \cdot \text{kN}$$

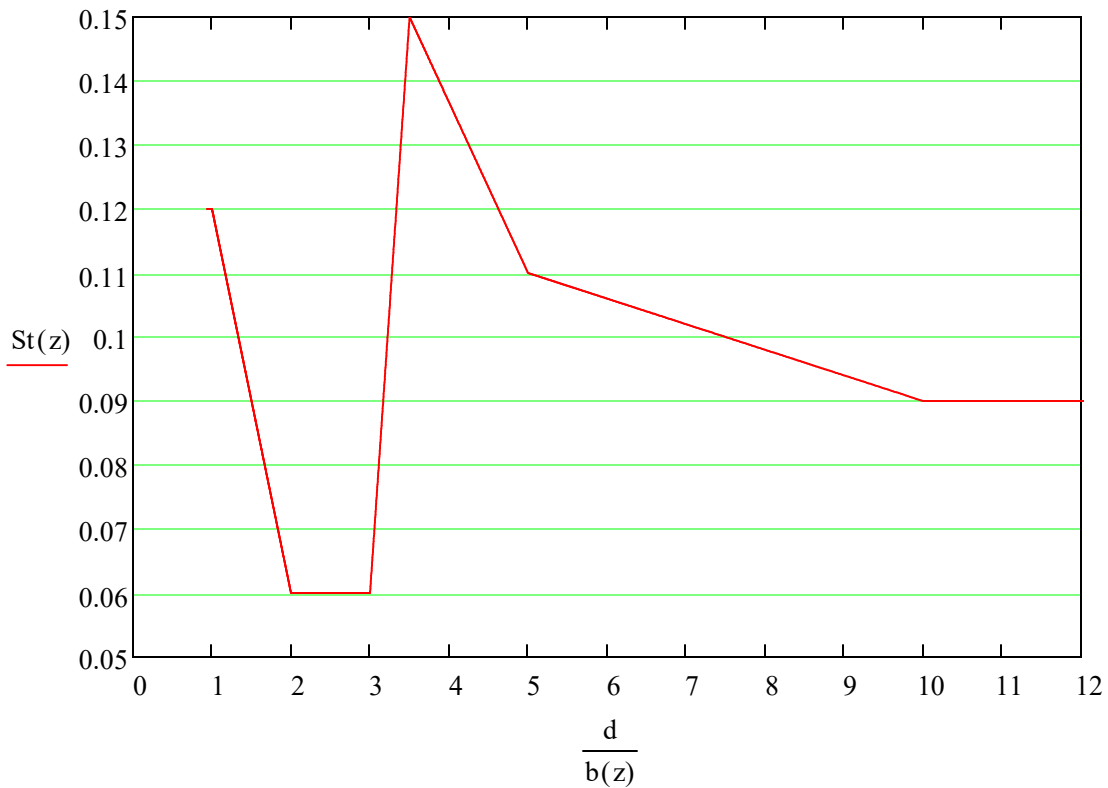
$$F_{\text{w.eDy}}(T_1) - F_{\text{w.eEy}}(T_1) = 193.105 \cdot \text{kN} \quad \text{Voiman resultantti ilman aukotusta}$$

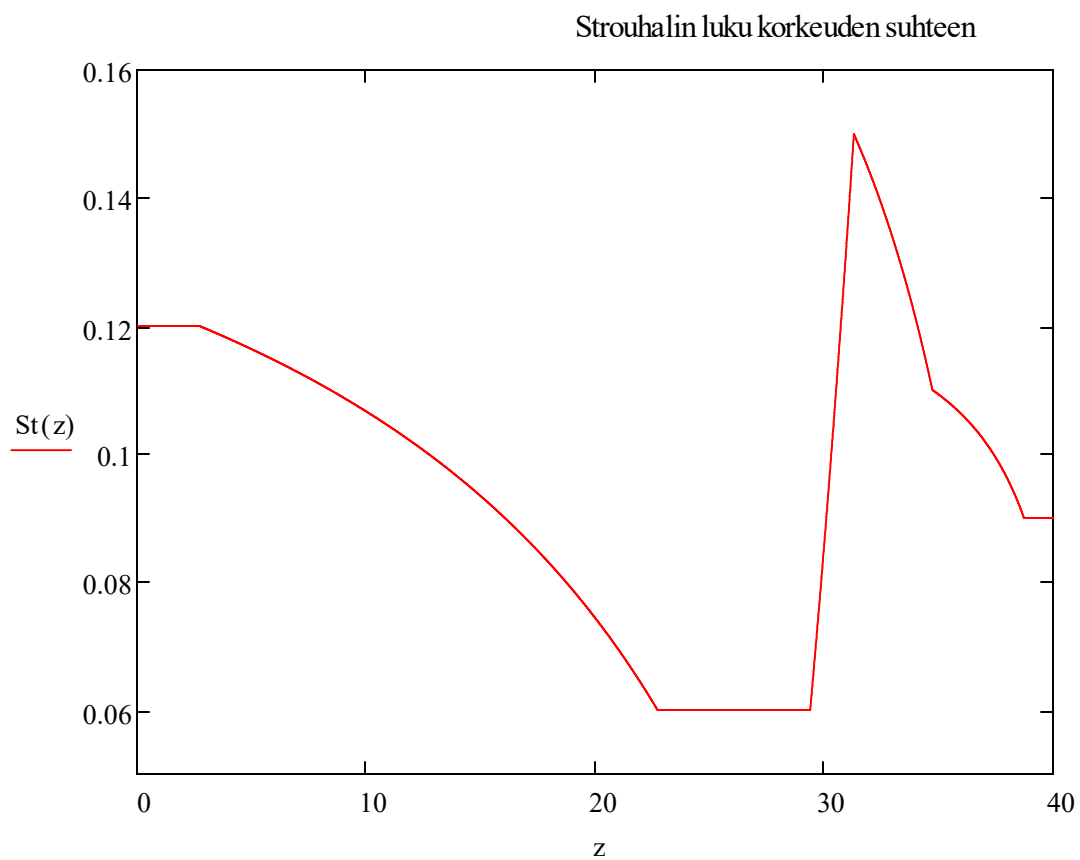


Strohaulin luku



$$\text{St}(z) := \begin{cases} 0.12 & \text{if } \frac{d}{b(z)} < 1 \\ \left[\frac{0.06 - 0.12}{2 - 1} \cdot \left(\frac{d}{b(z)} - 1 \right) + 0.12 \right] & \text{if } 1 \leq \frac{d}{b(z)} < 2 \\ 0.06 & \text{if } 2 \leq \frac{d}{b(z)} < 3 \\ \left[\frac{0.15 - 0.06}{3.5 - 3} \cdot \left(\frac{d}{b(z)} - 3 \right) + 0.06 \right] & \text{if } 3 \leq \frac{d}{b(z)} < 3.5 \\ \left[\frac{0.11 - 0.15}{5 - 3.5} \cdot \left(\frac{d}{b(z)} - 3.5 \right) + 0.15 \right] & \text{if } 3.5 \leq \frac{d}{b(z)} < 5 \\ \left[\frac{0.09 - 0.11}{10 - 5} \cdot \left(\frac{d}{b(z)} - 5 \right) + 0.11 \right] & \text{if } 5 \leq \frac{d}{b(z)} < 10 \\ 0.09 & \text{if } 10 \leq \frac{d}{b(z)} \end{cases}$$





Kriittinen nopeus



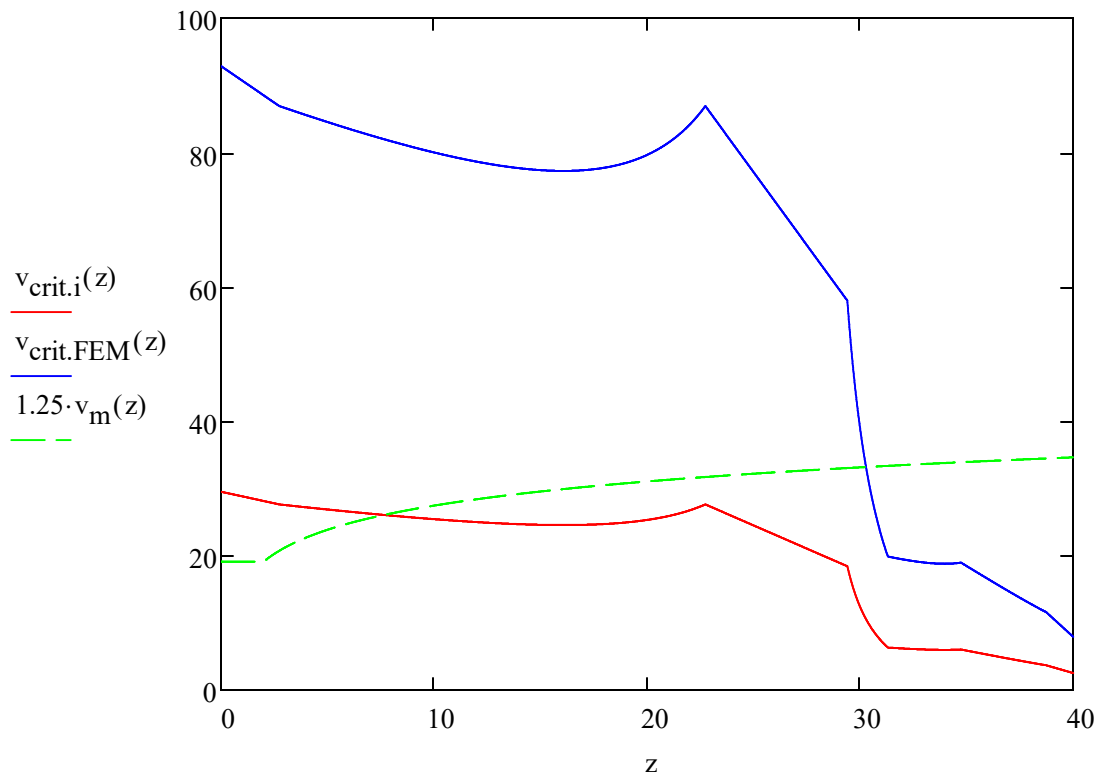
$$v_{\text{crit.i}}(z) := \frac{b(z) \cdot n_{\text{EC.y}}}{St(z)}$$

Kaava (5.44)

Kriittinen nopeus kaavan (5.1) mukaisen ominaistajuuuden mukaan

$$v_{\text{crit.FEM}}(z) := \frac{b(z) \cdot n_{\text{FEM.y}}}{St(z)}$$

Kriittinen nopeus FEM-mallinnuksen mukaisen ominaistajuuuden mukaan



Kriittisen nopeuden ja 1,25 kertaisen modifioidun tuulennopeuden leikkauspisteet

$$g_E(x) := v_{\text{crit.i}}(x) - 1.25 v_m(x)$$

$$x_{g1} := 10\text{m}$$

$$h_3 := \text{root}(g_E(x_{g1}), x_{g1}) = 7.64\text{ m}$$

Korkeus, jolla pyörteitä voi irrota

$$v_m(h_3) = 20.838 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kriittinen tuulennopeus pyörreratailmiölle

$$g_F(x) := v_{\text{crit.FEM}}(x) - 1.25 v_m(x)$$

$$x_{g2} := 30\text{m}$$

$$h_4 := \text{root}(g_F(x_{g2}), x_{g2}) = 30.268\text{ m}$$

Korkeus, jolla pyörteitä voi irrota

$$v_m(h_4) = 26.543 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kriittinen tuulennopeus pyörreratailmiölle

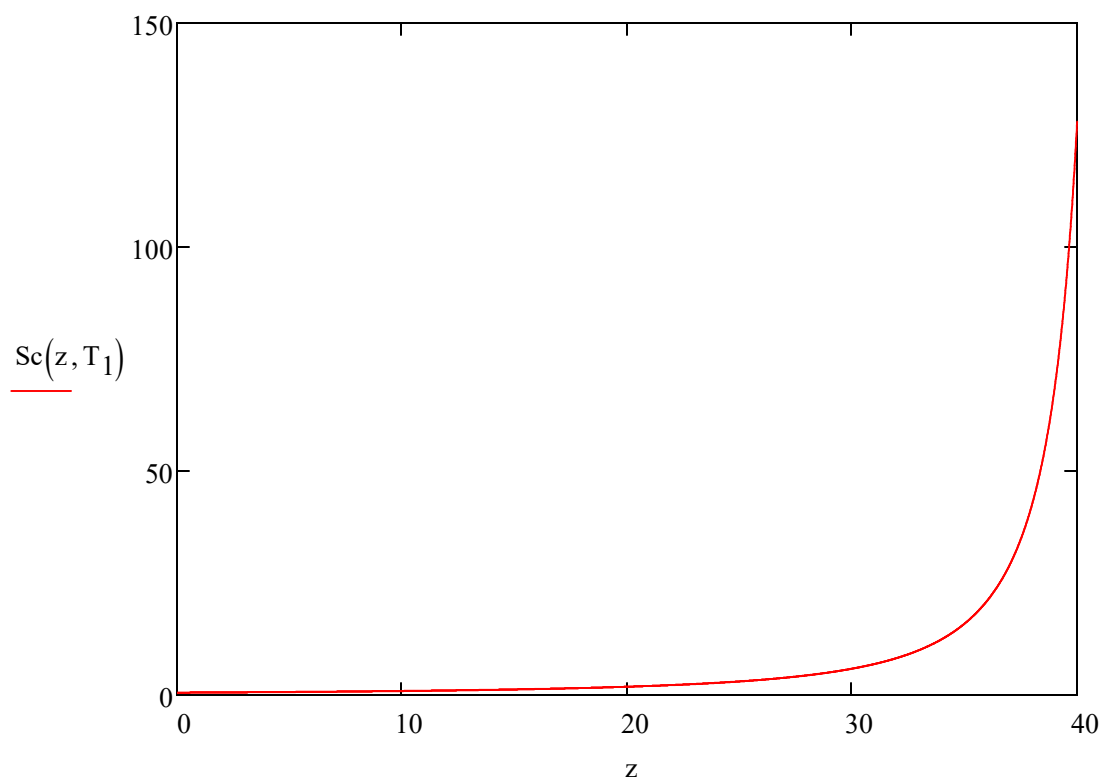


Scrutonin luku



$$Sc(s, T) := \frac{2 \cdot \delta_s \cdot m_e}{\rho(T) \cdot b(s)^2}$$

Kaava (5.45)



Pyöreratailmiön vaakakuorma



$$a_L := 0.4 \quad C_c := 0.04 \quad K_a := 6 \quad \text{Neliöpoikkileikkauksen kertoimet}$$

Kaava (5.49)

$$\sigma_y(T) := b(h) \cdot \sqrt{\frac{a_L^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{Sc(h, T)}{4\pi \cdot K_a}\right) \dots + \sqrt{\left[\frac{a_L^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{Sc(h, T)}{4\pi \cdot K_a}\right)\right]^2 + \frac{\rho(T) \cdot b(h)^2 \cdot a_L^2 \cdot C_c^2 \cdot b(h)}{m_e \cdot K_a \cdot St(h)^4 \cdot h}}$$

$$k_p(T) := \sqrt{2} \cdot \left[1 + 1.2 \cdot \operatorname{atan}\left[0.75 \cdot \left(\frac{Sc(h, T)}{4\pi \cdot K_a}\right)^4\right]\right] \quad \text{Huippuarvokerroin poikittaiseen suuntaan}$$

$$y_{\max}(T) := \sigma_y(T) \cdot k_p(T) \quad \text{Kaava (5.47)}$$

$$F_w(s, T, n) := m(s) \cdot (2\pi \cdot n)^2 \cdot \Phi_1(s) \cdot y_{\max}(T) \quad \text{Kaava (5.46)}$$

$$F_w(h, T_1, n_{EC.y}) = 32.165 \cdot \frac{N}{m} \quad \text{Vaakakuorma pituusyksikköä kohti}$$

$$h \cdot F_w(h, T_1, n_{EC.y}) = 1.287 \cdot kN \quad \text{Vaakavoiman resultantti}$$

$$y_{\max}(T_1) = 4.224 \cdot mm \quad \text{Suurin siirtymä}$$

$$a_{\max} := y_{\max}(T_1) \cdot 2\pi \cdot n_{EC.y} = 0.02 \frac{m}{s} \quad \begin{array}{l} \text{Kaava (5.51)} \\ \text{Suurin kiihtyvyys poikittaissuuntaan} \end{array}$$

$$F_w(h, T_1, n_{FEM.y}) = 318.487 \cdot \frac{N}{m} \quad \text{Vaakakuorma FEM ominaistaajuudella}$$

$$h \cdot F_w(h, T_1, n_{FEM.y}) = 12.739 \cdot kN$$

$$y_{\max}(T_1) \cdot 2\pi \cdot n_{FEM.y} = 0.063 \frac{m}{s}$$

$$F_w(h, T_1, 1.56Hz) = 137.989 \cdot \frac{N}{m} \quad \text{Vaakakuorma CFD irtoamistaajuudella}$$

$$h \cdot F_w(h, T_1, 1.56Hz) = 5.52 \cdot kN$$



Kuormitusjaksot



$$T_{100} := 100 \cdot 3.2 \cdot 10^7 \text{ s}$$

Käyttöaika sekunteina

$$v_0(z) := 20\% \cdot v_m(z)$$

Huippuarvona voidaan käyttää 20%
modifioidusta tuulennopeuden perusarvosta

$$\varepsilon_0 := 0.15$$

Kaistanleveyskerroin

$$n_{EC.y} = 0.753 \cdot \text{Hz}$$

Alin poikittainen ominaistajuus

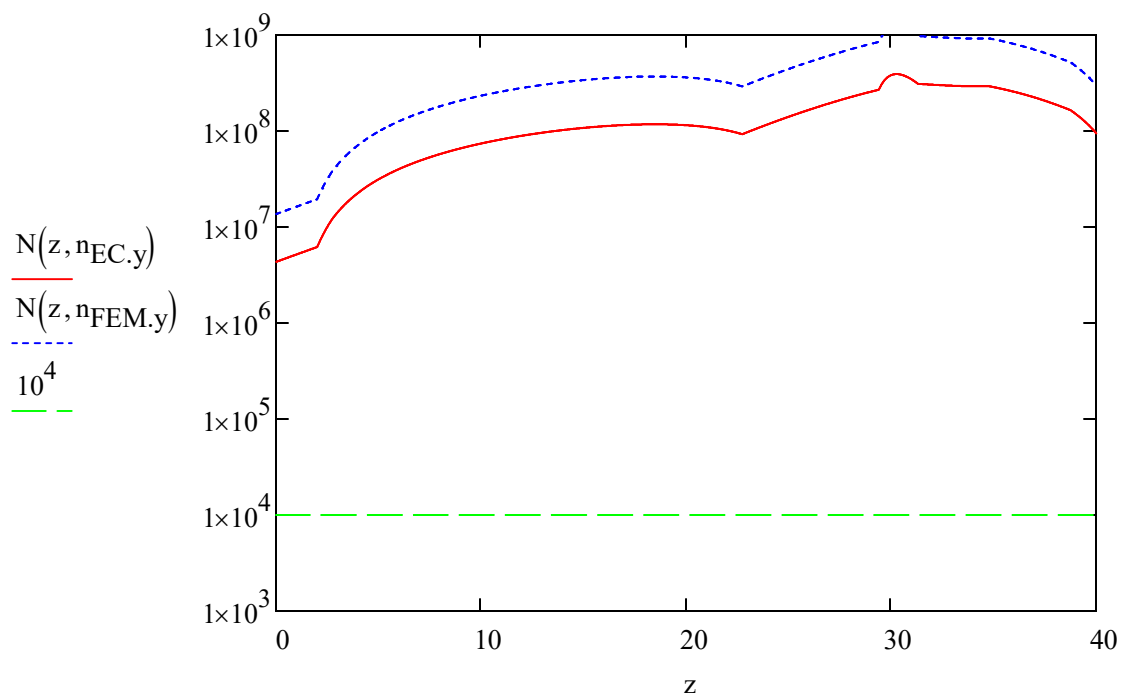
$$n_{FEM.y} = 2.37 \cdot \text{Hz}$$

$$N(z, n) := 2 \cdot T_{100} \cdot n \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{v_{\text{crit.i}}(z)}{v_0(z)} \right)^2 \cdot e^{-\frac{v_{\text{crit.i}}(z)}{v_0(z)}}$$

Kaava (5.52)
Kuormituskertojen lukumäärä

$$N \geq 10^4$$

Eurokoodin suositusarvo



Jousivakiot



$$A_t := 4 \cdot A_{HI} + 4A_{latta}$$

$$I_x := 4 \left[I_{y,HI} + A_{HI} \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_y(z) := 4 \left[I_{x,HI} + A_{HI} \left(\frac{b(z)}{2} \right)^2 \right]$$

$$J(z) := I_x + I_y(z)$$

$$k_x := \frac{3 \cdot E \cdot I_x}{h^3} = 1336.18 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Kaava (6.1)
Vaakasuuntaiset jousivakiot

$$k_y := \frac{3 \cdot E \cdot I_y \left(\frac{h}{3} \right)}{h^3} = 725.673 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$k_v := \frac{A_t \cdot E}{h}$$

Kaava (6.2)
Vertikaalinen jousivakio

$$k_r(z) := \frac{G \cdot J(z)}{h}$$

Kaava (6.3)
Kiertymisen jousivakio

$$u_{xks} := \frac{m_{\text{tot}} \cdot g}{k_x} = 135.777 \cdot \text{mm}$$

Jousen venymä oman painon kuormalla

$$x_1 = 211.1 \cdot \text{mm}$$

$$u_{yks} := \frac{m_{\text{tot}} \cdot g}{k_y} = 250.007 \cdot \text{mm}$$

$$y_1 = 437.9 \cdot \text{mm}$$



ASCE voimat ja siirtymät kerroksittain



$i := 1..8$ $W_i :=$ $F_{x_i} :=$ $F_{y_i} :=$ $u_i :=$ $v_i :=$ Siirtymät staattisesta mitoituksesta

0	0	0	1.2mm	7.7mm
0	0	0	3.6mm	12.4mm
			6.4mm	19.3mm
			9.3mm	28.7mm
			12.2mm	40.7mm
			15.2mm	57.7mm
			18.0mm	73.9mm
			20.8mm	89.9mm

$$W_1 := g \left(\int_{0m}^{5m} m(z) dz \right) = 27.934 \cdot kN$$

$$W_5 := g \left(\int_{20m}^{25m} m(z) dz \right) = 21.927 \cdot kN$$

$$W_2 := g \left(\int_{5m}^{10m} m(z) dz \right) = 26.432 \cdot kN$$

$$W_6 := g \left(\int_{25m}^{30m} m(z) dz \right) = 20.425 \cdot kN$$

$$W_3 := g \left(\int_{10m}^{15m} m(z) dz \right) = 24.93 \cdot kN$$

$$W_7 := g \left(\int_{30m}^{35m} m(z) dz \right) = 18.924 \cdot kN$$

$$W_4 := g \left(\int_{15m}^{20m} m(z) dz \right) = 23.429 \cdot kN$$

$$W_8 := g \left(\int_{35m}^{40m} m(z) dz \right) = 17.422 \cdot kN$$

$$T_1 = 0 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$F_{x1} := \int_{0\text{m}}^{5\text{m}} F_{w.x}(z, T_1) \cdot b(z) \, dz$$

$$F_{y1} := \int_{0\text{m}}^{5\text{m}} F_{w.y}(z, T_1) \cdot d \, dz$$

$$F_{x2} := \int_{5\text{m}}^{10\text{m}} F_{w.x}(z, T_1) \cdot b(z) \, dz$$

$$F_{y2} := \int_{5\text{m}}^{10\text{m}} F_{w.y}(z, T_1) \cdot d \, dz$$

$$F_{x3} := \int_{10\text{m}}^{15\text{m}} F_{w.x}(z, T_1) \cdot b(z) \, dz$$

$$F_{y3} := \int_{10\text{m}}^{15\text{m}} F_{w.y}(z, T_1) \cdot d \, dz$$

$$F_{x4} := \int_{15\text{m}}^{20\text{m}} F_{w.x}(z, T_1) \cdot b(z) \, dz$$

$$F_{y4} := \int_{15\text{m}}^{20\text{m}} F_{w.y}(z, T_1) \cdot d \, dz$$

$$F_{x5} := \int_{20\text{m}}^{25\text{m}} F_{w.x}(z, T_1) \cdot b(z) \, dz$$

$$F_{y5} := \int_{20\text{m}}^{25\text{m}} F_{w.y}(z, T_1) \cdot d \, dz$$

$$F_{x6} := \int_{25\text{m}}^{30\text{m}} F_{w.x}(z, T_1) \cdot b(z) \, dz$$

$$F_{y6} := \int_{25\text{m}}^{30\text{m}} F_{w.y}(z, T_1) \cdot d \, dz$$

$$F_{x7} := \int_{30\text{m}}^{35\text{m}} F_{w.x}(z, T_1) \cdot b(z) \, dz$$

$$F_{y7} := \int_{30\text{m}}^{35\text{m}} F_{w.y}(z, T_1) \cdot d \, dz$$

$$F_{x8} := \int_{35\text{m}}^{40\text{m}} F_{w.x}(z, T_1) \cdot b(z) \, dz$$

$$F_{y8} := \int_{35\text{m}}^{40\text{m}} F_{w.y}(z, T_1) \cdot d \, dz$$



Ominaistaajuus



$$n_{ASCE.x} := 2\pi \cdot \left[\frac{\sum_i [W_i \cdot (u_i)^2]}{g \cdot \left[\sum_i (F_{xi} \cdot u_i) \right]} \right]^{-1} = 2.84 \cdot \text{Hz} \quad \text{Kaava (2.3)} \quad f = \frac{1}{T}$$

$$n_{ASCE.y} := 2\pi \cdot \left[\frac{\sum_i [W_i \cdot (v_i)^2]}{g \cdot \left[\sum_i (F_{yi} \cdot v_i) \right]} \right]^{-1} = 2.65 \cdot \text{Hz}$$

$$n_{ana.x} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_x}{m_{tot}}} = 1.353 \cdot \text{Hz} \quad \text{Kaava (6.7)}$$

$$n_{ana.y} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_y}{m_{tot}}} = 0.997 \cdot \text{Hz}$$

$$n_{ana.r} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_r(h)}{J_M}} = 8.276 \cdot \text{Hz} \quad \text{Kaava (6.8)}$$

$$n_{Kappos1.x} := \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{(0.597 \cdot \pi)^2}{h^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_x}{m_e}} = 3.051 \cdot \text{Hz} \quad \text{Kaava (6.9)} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$n_{Kappos2.x} := \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_x}{m_e}} = 19.264 \cdot \text{Hz} \quad \text{Kaava (6.10)}$$

$$n_{Kappos1.y} := \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{(0.597 \cdot \pi)^2}{h^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_y \left(\frac{h}{3}\right)}{m_e}} = 2.249 \cdot \text{Hz}$$

$$n_{Kappos2.y} := \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_y \left(\frac{h}{3}\right)}{m_e}} = 14.196 \cdot \text{Hz}$$



Ideaaliulokepalkin ominaismuodot



$n := 1 \dots 3$

$\omega_{x_n} :=$

Kaavat (6.9 ja 6.10)

$\frac{(0.597 \cdot \pi)^2}{h^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_x}{m_e}}$
$\frac{\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_x}{m_e}}$
$\frac{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \pi^2}{h^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_x}{m_e}}$

$$\alpha_n := \sqrt[4]{\frac{m_e \cdot (\omega_{x_n})^2}{E \cdot I_x}}$$

Kaava (6.12)

$ab_n :=$

Taulukko (6.1)

-0.7341
-1.0184
-0.9992

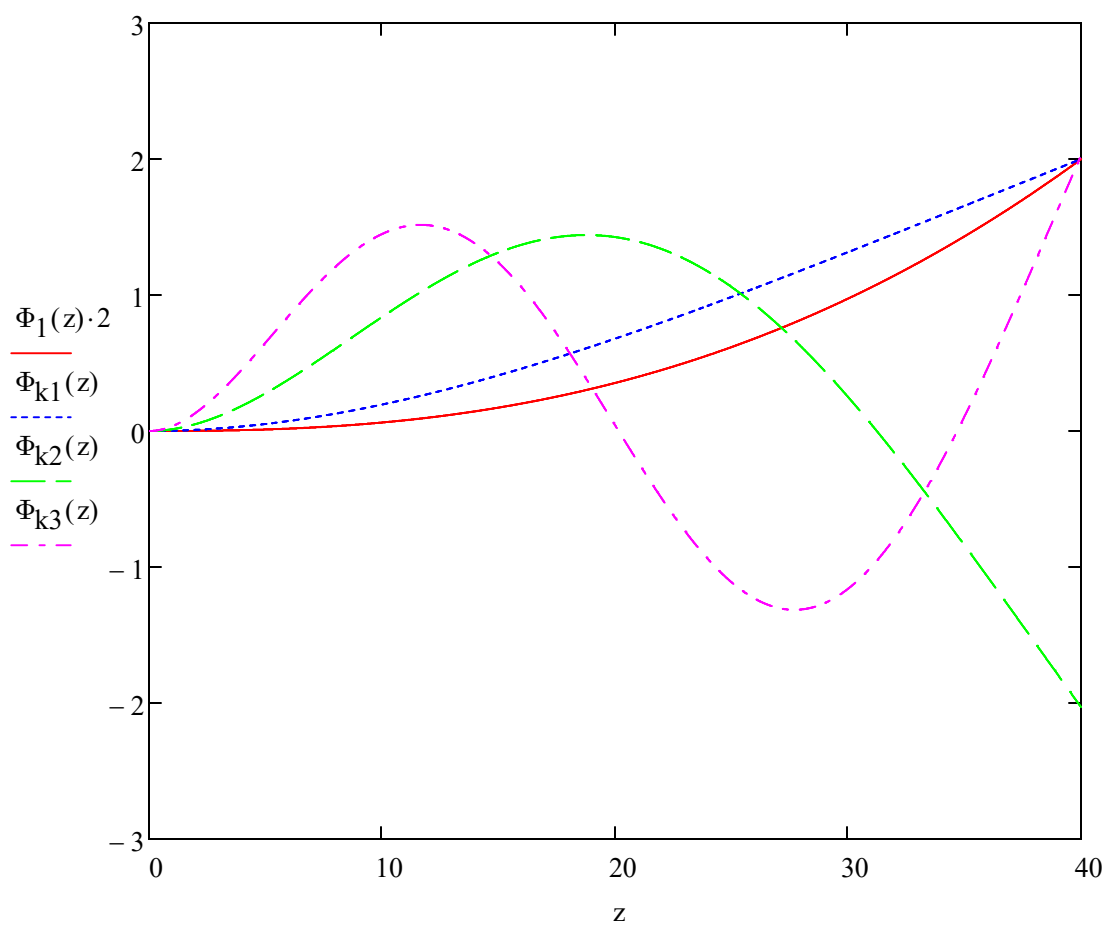
Kaava (6.11)

$$\Phi_{k1}(x) := ab_1 \cdot (\sinh(\alpha_1 \cdot x) - \sin(\alpha_1 \cdot x)) + \cosh(\alpha_1 \cdot x) - \cos(\alpha_1 \cdot x)$$

$$\Phi_{k2}(x) := ab_2 \cdot (\sinh(\alpha_2 \cdot x) - \sin(\alpha_2 \cdot x)) + \cosh(\alpha_2 \cdot x) - \cos(\alpha_2 \cdot x)$$

$$\Phi_{k3}(x) := ab_3 \cdot (\sinh(\alpha_3 \cdot x) - \sin(\alpha_3 \cdot x)) + \cosh(\alpha_3 \cdot x) - \cos(\alpha_3 \cdot x)$$

Ulokepalkin harmoniset ominaismuodot



Ideaaliulokepalkki



Viivakuorma

$$F_{w1} := F_{w,x}(0, T_1) \cdot b(0m) = 3.28 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad F_{w2} := F_{w,x}(h, T_1) \cdot b(h) = 0.189 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F_{w21} := F_{w2} - F_{w1} = -3.091 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad q(x) := \frac{F_{w21}}{h} \cdot x$$

$$M_t(x) := \frac{1}{2} \cdot F_{w1} \cdot (h - x)^2 + \frac{1}{3} \cdot q(x) \cdot (h - x)^2$$

$$F_{wy1} := F_{w,y}(0, T_1) \cdot d = 2.842 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad F_{wy2} := F_{w,y}(h, T_1) \cdot d = 7.281 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F_{wy21} := F_{wy2} - F_{wy1} = 4.439 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad q_y(x) := \frac{F_{wy21}}{h} \cdot x$$

$$M_{ty}(x) := \frac{1}{2} \cdot F_{wy1} \cdot (h - x)^2 + \frac{2}{3} \cdot q_y(x) \cdot (h - x)^2$$



Taipuma x-suunnassa

$$v''(x) := \frac{M_t(x)}{E \cdot I_x} \quad \text{Kaava (6.13)}$$

$$v'(0\text{m}) = 0\text{deg} \quad v(0\text{m}) = 0\text{m}$$

$$v'(x, C_1) := \int v''(x) dx + C_1 \quad \text{Kaava (6.14)}$$



$$C_1 = 0.059 \cdot \text{deg}$$

$$v(x) := \int v'(x, C_1) dx \quad \text{Kaava (6.15)}$$



$$C_2 = -9.189 \cdot \text{mm}$$

Taipuma y-suunnassa

$$v''_y(x) := \frac{M_{ty}(x)}{E \cdot I_y \left(\frac{h}{3} \right)}$$

$$v'_y(0\text{m}) = 0\text{deg} \quad v_y(0\text{m}) = 0\text{m}$$

$$v'_y(x, C_{1y}) := \int v''_y(x) dx + C_{1y}$$



$$C_{1y} = 0.171 \cdot \text{deg}$$

$$v_y(x) := \int v'_y(x, C_{1y}) dx$$



$$C_{2y} = -35.894 \cdot \text{mm}$$

Rotaatio palkin päässä



$$R(z) := \int_0^d \frac{x}{d} \cdot w_{eD}(z, T_1) dx$$

Tuulen resultantti

$$M_r := \int_0^h \frac{d}{6} \cdot R(z) dz = 41.673 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Vinon tuulen aiheuttama momentti

coef :=

	0	1
0	1	0.141
1	1.5	0.196
2	1.75	0.214
3	2	0.229
4	2.5	0.249
5	3	0.263
6	4	0.281
7	6	0.299
8	8	0.307
9	10	0.313
10	100	0.333

$\varepsilon := \text{coef}^{\langle 0 \rangle}$

$\beta := \text{coef}^{\langle 1 \rangle}$

vs := regress($\varepsilon, \beta, 6$)

$$\beta(x) := \begin{cases} \text{interp}(vs, \varepsilon, \beta, x) \\ \left[\frac{0.333 - 0.313}{100 - 10} \cdot (x - 10) + 0.313 \right] & \text{if } x > 10 \end{cases}$$

$$\theta(x) := \frac{M_r \cdot h}{\beta\left(\frac{d}{b(x)}\right) \cdot d \cdot b(x)^3 \cdot G}$$

$$\theta(40\text{m}) = 0.032 \cdot \text{deg}$$

Rotaatio ideaalipalkissa



Ominaistaajuuden suhde jäykkyyteen



$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Kaava (2.XX)

$$k = (2\pi f)^2 \cdot m$$

$$k = \frac{3E \cdot I}{L^3}$$

Kaava (2.XX)

$$I = \frac{k \cdot L^3}{3 \cdot E}$$

$$I = \frac{(2\pi f)^2 \cdot m \cdot L^3}{3 \cdot E}$$

$$I = \frac{(2\pi \cdot n_1)^2 \cdot m_{\text{tot}} \cdot h^3}{3 \cdot E}$$

Jäyhyys ominaistaajuudesta



Taipuma FEM jäyhyys x-suunta

$$I_F := \frac{\left(2 \cdot \pi \cdot n_{\text{FEM.x}}\right)^2 \cdot m_{\text{tot}} \cdot h^3}{3 \cdot E} = 0.59 \text{ m}^4$$

$$v''_F(x) := \frac{M_t(x)}{E \cdot I_F}$$

$$v'_F(x, C_{1F}) := \int v''_F(x) \, dx + C_{1F}$$



$$C_{1F} = 0.014 \cdot \text{deg}$$

$$v_F(x) := \int v'_F(x, C_{1F}) \, dx$$



$$C_{2F} = 0 \cdot \text{mm}$$

Taipuma FEM jäyhyys y-suunta

$$I_{yF} := \frac{(2 \cdot \pi \cdot n_{FEM.y})^2 \cdot m_{tot} \cdot h^3}{3 \cdot E} = 0.417 \text{ m}^4$$

$$v''_{yF}(x) := \frac{M_{ty}(x)}{E \cdot I_{yF}}$$

$$v'_{yF}(x, C_{1yF}) := \int v''_{yF}(x) \, dx + C_{1yF}$$

►

$$C_{1yF} = 0.03 \cdot \text{deg}$$

$$v_{yF}(x) := \int v'_{yF}(x, C_{1yF}) \, dx$$

►

$$C_{2yF} = 0 \cdot \text{mm}$$

Taipuma Eurokoodi jäyhyys x-suunta

$$I_E := \frac{(2 \cdot \pi \cdot n_{EC,x})^2 \cdot m_{tot} \cdot h^3}{3 \cdot E} = 0.087 \text{ m}^4$$

$$v''_E(x) := \frac{M_t(x)}{E \cdot I_E}$$

$$v'_E(x) := \int v''_E(x) \, dx$$

$$v'_E(x, C_{1E}) := v'_E(x) + C_{1E}$$



$$C_{1E} = 0.092 \cdot \text{deg}$$

$$v_E(x) := \int v'_E(x, C_{1E}) \, dx$$



$$C_{2E} = 0 \cdot \text{mm}$$

Taipuma Eurokoodi jäyhyys y-suunta

$$I_{yE} := \frac{(2 \cdot \pi \cdot n_{EC.y})^2 \cdot m_{tot} \cdot h^3}{3 \cdot E} = 0.042 \text{ m}^4$$

$$v''_{yE}(x) := \frac{M_{ty}(x)}{E \cdot I_{yE}}$$

$$v'_{yE}(x) := \int v''_{yE}(x) \, dx$$

$$v'_{yE}(x, C_{1yE}) := v'_{yE}(x) + C_{1yE}$$



$$C_{1yE} = 0.299 \cdot \text{deg}$$

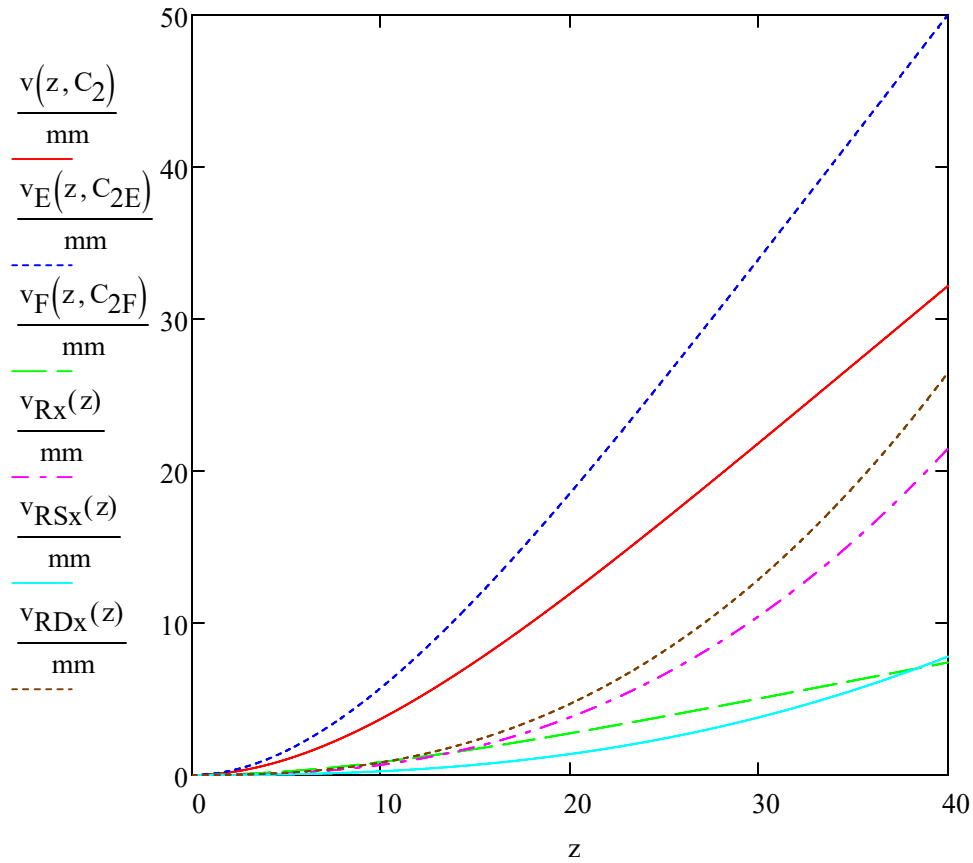
$$v_{yE}(x) := \int v'_{yE}(x, C_{1yE}) \, dx$$

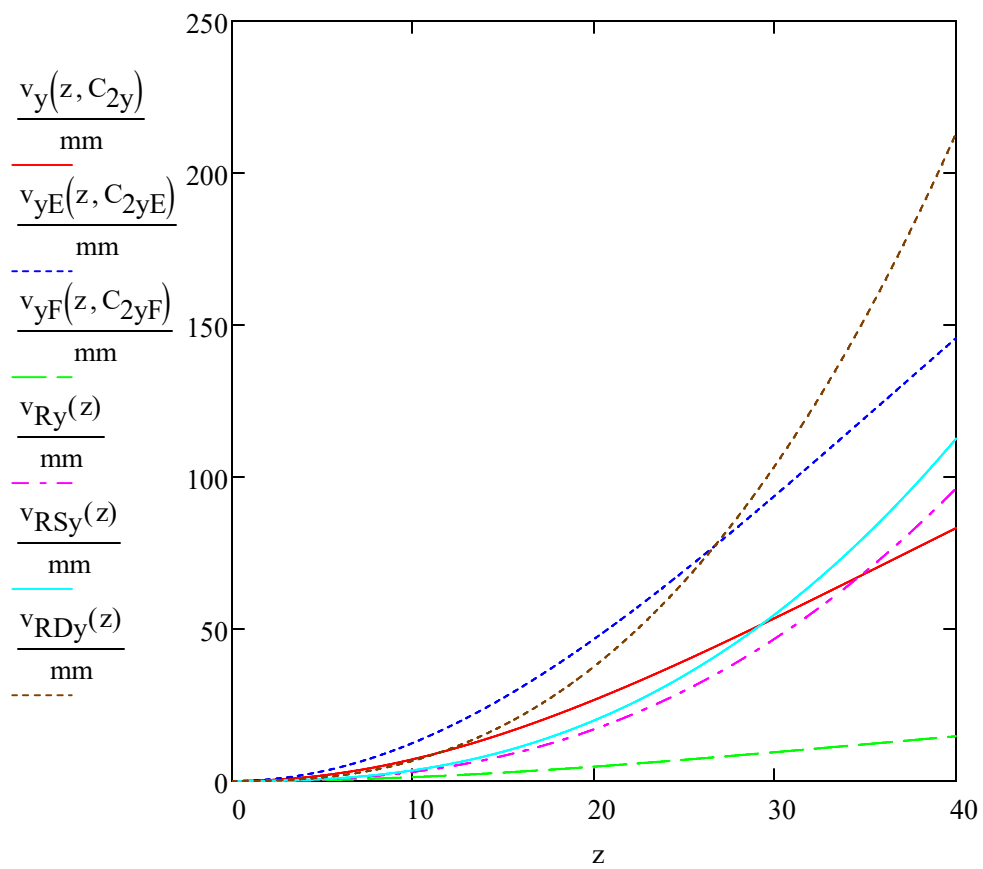


$$C_{2yE} = 0 \cdot \text{mm}$$

Taipumaviivat

$$\begin{aligned}
v(h, C_2) &= 32.193 \cdot \text{mm} & v_y(h, C_{2y}) &= 83.215 \cdot \text{mm} & \text{Taipuma ideaalipalkki} \\
v_E(h, C_{2E}) &= 50.052 \cdot \text{mm} & v_{yE}(h, C_{2yE}) &= 145.755 \cdot \text{mm} & \text{Eurokoodi ominaistaajuus} \\
v_F(h, C_{2F}) &= 7.406 \cdot \text{mm} & v_{yF}(h, C_{2yF}) &= 14.72 \cdot \text{mm} & \text{FEM ominaistaajuus} \\
v_{Rx}(z) &:= 21.5 \text{mm} \cdot \Phi_1(z) & v_{Ry}(z) &:= 96.3 \text{mm} \cdot \Phi_1(z) & \text{Taipuma normituulesta} \\
v_{RSx}(z) &:= 7.80 \text{mm} \cdot \Phi_1(z) & v_{RSy}(z) &:= 112.67 \text{mm} \cdot \Phi_1(z) & \text{Taipuma simuloidusta tuulesta} \\
v_{RDx}(z) &:= 26.5 \text{mm} \cdot \Phi_1(z) & v_{RDy}(z) &:= 213.2 \text{mm} \cdot \Phi_1(z) & \text{Dynaaminen taipuma} \\
\theta(h) &= 0.032 \cdot \text{deg} & & & \text{Ideaalipalkin kiertymä}
\end{aligned}$$





Pyörteiden irtoamistaajuus



$$f(z) := \frac{v_m(z) \cdot St(z)}{b(z)}$$

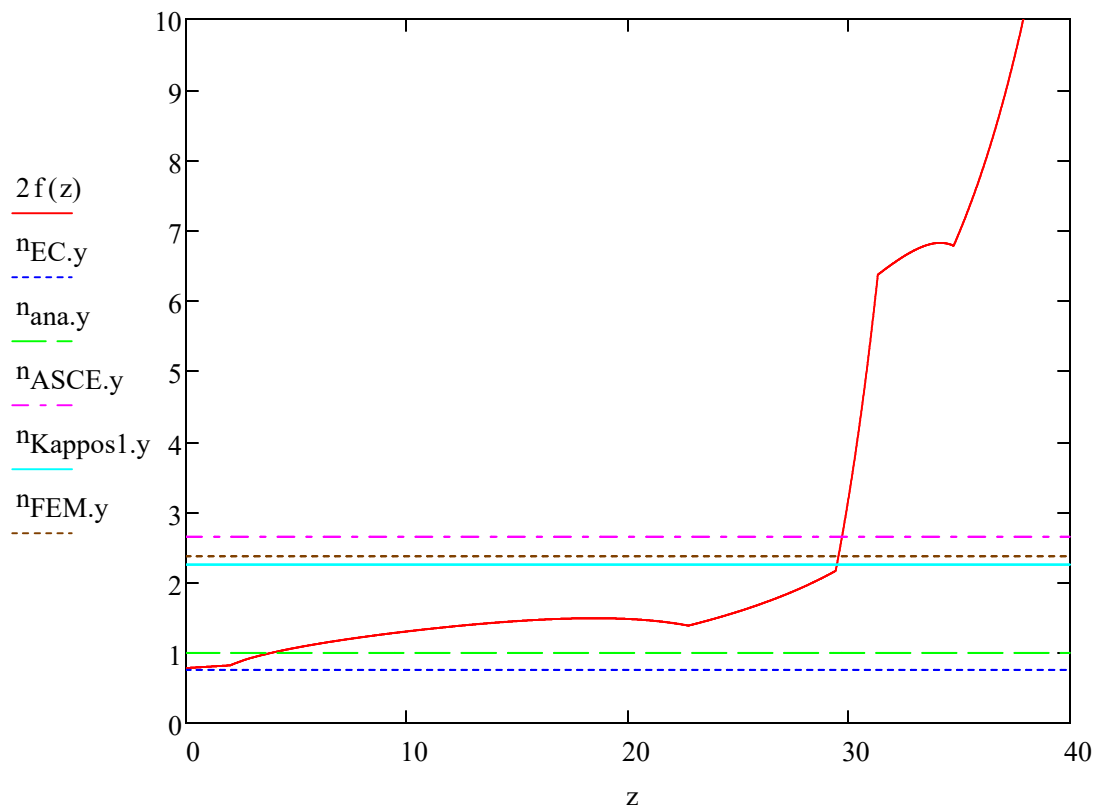
Kaava (3.1)

$$f(21m) = 0.728 \cdot \text{Hz}$$

Todennäköisin pyörteiden irtoamistaajuus

$$2f(21m) = 1.456 \cdot \text{Hz}$$

$$v_m(21m) = 25.028 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Given

$$z_g := 30\text{m}$$

$$2f(z_g) = n_{\text{FEM.y}}$$

$$z_v := \text{Find}(z_g) = 29.519\text{m}$$

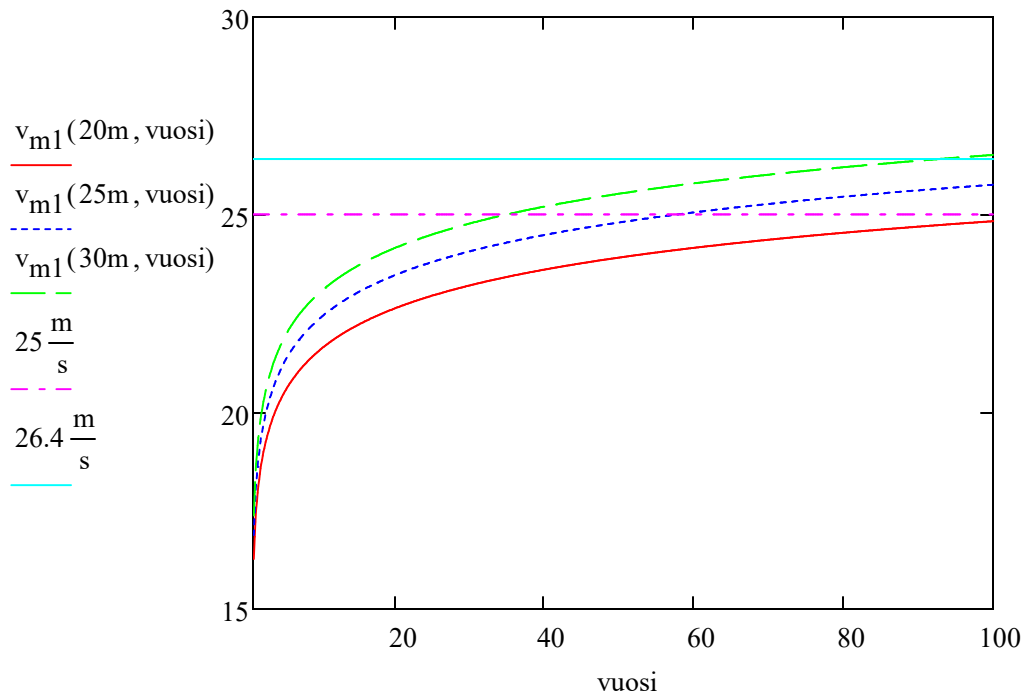
$$f(z_v) = 1.185 \cdot \text{Hz} \quad 2f(z_v) = 2.37 \cdot \text{Hz}$$

$$v_m(z_v) = 26.439 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Etsitään tuulennopeus, jolla pyörteitä irtoaa ominaistajuudella

Vaarallisin tuulennopeus

Vaarallisen tuulennopeuden esiintymisväli eri korkeuksilla



Redusoitu nopeus ja vaimennus



$$V_r(z) := \frac{v_m(z)}{n_{\text{FEM}} \cdot y \cdot d} \quad \text{Kaava (3.2)}$$

$$C_n(z) := \frac{2 \cdot m(z) \cdot \delta_x(z, T_1)}{\rho_0 \cdot b(z)^2} \quad \text{Kaava (3.3)}$$

